

國立台灣大學機械工程學研究所碩士論文

指導教授：范光煥先生



# 平抬平面度線上檢測系統

研究生：王錦坤 撰

中華民國七十五年六月

## 目 錄

中文摘要.....	二
圖表目錄.....	六
第一章 緒論 .....	1
第二章 平抬的一些規定.....	4
§ 2.1 平抬的支撐方式.....	4
§ 2.2 平抬的厚度.....	5
§ 2.3 平面度公差的估算.....	6
§ 2.4 局部公差的決定.....	8
第三章 平面度的計算方法.....	13
§ 3.1 “MINMAX2”分析法.....	13
§ 3.2 最小平方法.....	31
§ 3.3 米字型法.....	32
第四章 量測前的處理.....	35
§ 4.1 電子水平儀校驗.....	35
§ 4.2 A/D 轉換卡校驗.....	37
§ 4.3 平抬的處理.....	39
第五章 平面度檢驗.....	41
§ 5.1 取樣順序.....	41

§ 5.2	自動取樣	45
§ 5.3	檢測例題	49
第六章	結論與討論	60
附錄 A		63
參考文獻		64

## 圖 表 目 錄

圖 1 - 1	測定線分割之型式.....	2
圖 2 - 1	平抬的支撐位置.....	4
圖 2 - 2	Variation Gage .....	10
圖 2 - 3	局部誤差之模擬.....	11
圖 3 - 1	2-2 模式及 3-1 模式之分佈.....	14
圖 3 - 2	四個樞紐點所決定的平行面尚未函蓋表面上 所有點的情形.....	17
圖 3 - 3a , 圖 3 - 3b	3-1 模式之最佳情形.....	18
圖 3 - 3c , 圖 3 - 3d	2-2 模式之最佳情形.....	19
圖 3 - 4	3-1 模式未達最佳之情形.....	20
圖 3 - 5	2-2 模式未達最佳之情形.....	22
圖 3 - 6	3-1 模式經座標轉換後一些點在 $Y' - \bar{Z}'$ 平 面之投影.....	24
圖 3 - 7	2-2 模式經座標轉換後一些點在 $Y' - \bar{Z}'$ 平 面之投影.....	27
圖 3 - 8	MINMAX2 分析法之流程.....	30
圖 3 - 9	米字型分割.....	32
圖 3 - 10	主對角線高度之累加.....	33

圖 4 - 1	電子水平儀校驗之設置.....	35
圖 4 - 2	雷射干涉儀檢驗電子水平儀之結果.....	36
圖 4 - 3	A/D 轉換卡校驗.....	38
圖 4 - 4	電子水平儀之訊號與 A/D 讀數之關係.....	38
圖 4 - 5	K 值與 RTO/ $\Delta T$ 之關係.....	40
圖 5 - 1 a	方格型的檢驗順序.....	41
圖 5 - 1 b	米字型的檢驗順序.....	41
圖 5 - 2	實驗的配置.....	43
圖 5 - 3	電子水平儀歸零之操作.....	45
圖 5 - 4	電子水平儀訊號變動示意.....	46
圖 5 - 5	使用兩支水平儀的配置.....	47
圖 5 - 6	自動取樣流程.....	48
圖 5 - 7	檢測例題一，MINMAX2 分析後之結果 (BS 標準) .....	51
圖 5 - 8	檢測例題一，MINMAX2 分析後之結果 (CNS 標準) .....	52
圖 5 - 9	例題一，L.SQ. 分析後的結果.....	53
圖 5 - 10	米字型測定及分析後的結果.....	54
圖 5 - 11	例題二，MINMAX2 分析後的結果.....	55
圖 5 - 12	方格型分割的檢驗證書格式 (BS 標準) ...	56
圖 5 - 13	方格型分割的檢驗證書 (CNS 標準) .....	57

圖 5 - 14 方格型分割 L. SQ. 運算後的檢驗證書	58
圖 5 - 15 米字型分割的檢驗證書	59
表 1 BS 標準的局部公差	8
表 2 FS 標準的局部公差	9
表 3 MINMAX2 與 L. SQ. 之比較	50

## 摘要

本文主旨分為兩部份，第一部份是介紹“MINMAX2”平面度誤差分析法；此方法可求得符合目前各國或各機構平面度定義的結果。第二部份是利用一具有類比訊號輸出的電子水平儀，做為量測平面度的儀器，並透過微電腦，A/D轉換卡的輔助，製作成平抬平面度線上檢測系統，檢測之結果可依BS-817(1983)或CNS-7459,B6048(1981)的規範，顯示該平抬所對應的等級~~和~~部誤差。

## 誌謝

謹以本文獻給最敬愛的父母，感謝他們的支持與鼓勵。  
兩年的研究期間，承蒙指導教授范光耀博士，悉心的指導，並提供研究經費，使本文得以順利完成，在此謹致以最深的謝忱。

在實驗中，方承彥、陳世和、蔡錦隆、陳錦明及黃舉錐等同學和好友王鎰興的相互研討、指正，對本文的完成助益匪淺，謹致以衷心的感謝。

國立台灣大學

機械工程學研究所

王錦坤君之碩士學位論文

經考試合格特此證明

碩士學位論文考試委員

指導教授

王 遵 王遵

范 光 照 范光照

吳 漢 雄 吳漢雄

所 主 任

范 光 照 范光照

鄭 文 弘

## 第一章 緒論

工作平抬乃是一般工廠或實驗室需有的設備之一，它常用來做為零件加工的基準面如工具機的床抬，或量測工件的基準面。在精密與精確皆提升的時代裏，做量測工作或加工時對這基準面品質的要求也相對的提高；而且平抬在使用了一段時間之後必須做再檢定的工作，依據 FS〔1〕的標準，在製造部門所使用的平抬每半年需再檢定一次，在實驗室中使用的平抬每年也需再檢定一次，檢定平抬的工作是件冗繁而且耗時的工作，因此，若能利用一可靠的微電腦輔助檢測系統來做檢定工作，則不僅給平抬製造者也給使用者帶來很大的方便。

目前廣被採用的檢驗平面度的儀器有 1. 雷射干涉儀（Laser Interferometer）；2. 電子水平儀（Electronic Level）；3. 自動瞄準儀（Autocollimator）；4. In-Line Gage 等，而在這些儀器中以電子水平儀最為輕巧簡便，而且精度也高，故本系統在製作上是以電子水平儀為主要量具。

平面度的定義，從 CNS〔2〕，BSI〔3〕，JIS〔4〕，DIN〔5〕及 FS 的規範中皆有清楚而且一致的定義；即一表

面上所有的點能被一組具有最小距離的平行面所函蓋，則此平行面間的距離稱為該表面的平面度（Flatness）；定義是很清楚，而目前各國檢測平面度的方式，依分割線的不同而有不同計算方法，現今最廣被採用的分割法有米字型分割法（Union Jack）及方格型分割法（Rectangular grid）圖 1-1。

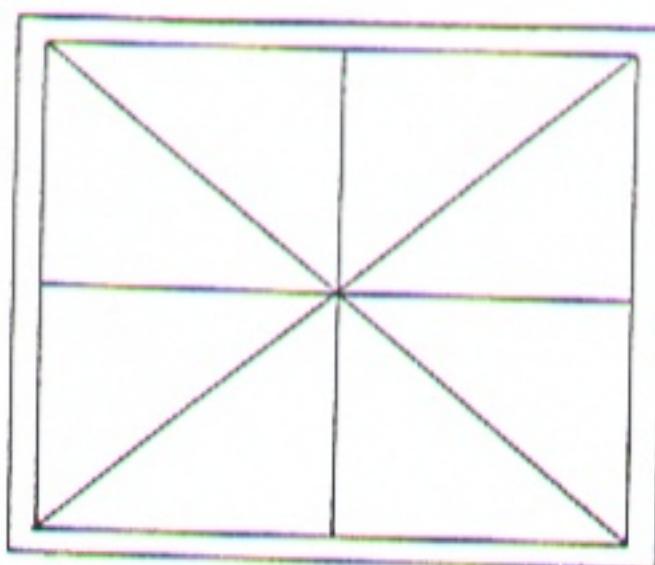


圖 1-1a 米字型分割法

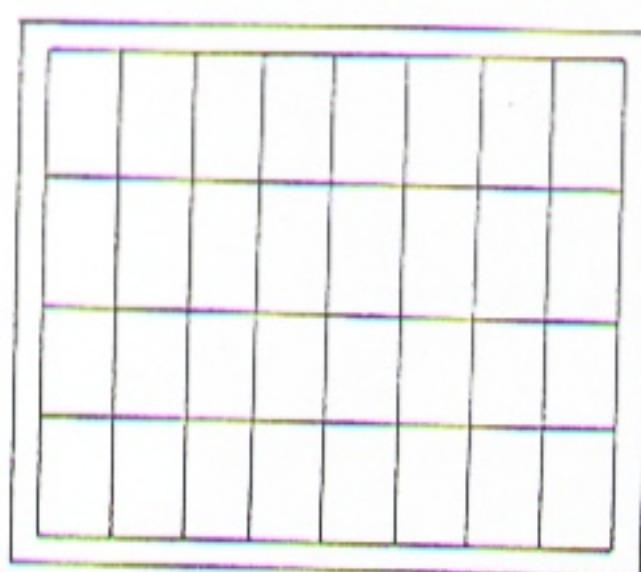


圖 1-1b 方格型分割法

米字型有其特定的計算方法〔6〕；方格型分割法，目前最廣被採用的計算方式是最小平方法（Least Square）〔7〕，此法是利用線性迴歸（Linear Regression）的方式配出一個代表性的平均面，然後以最大偏差值至最小偏差值的距離定為平面度誤差（Flatness Error）。此法運算的結果，並不能符合平面度的定義，只是一種近似的方法，對於求得符合平面度定義的方法，吾人稱為最小區間法（Minimum

Zone Method ) , 目前已發表的分析方法有 MINMAX2 [8] , Simplex Search [9] , Minimum Zone Method [10] [2] 。

Minimum Zone Method , 原理上是利用方格型分割再加上兩對角線的結合，計算出平面誤差再做適當的旋轉調整而得到符合平面度定義之解；可是在旋轉或調整的過程中，並沒有建立有系統的判斷準則，來決定何種情形下已是達到最小區間。由 T.S.R MURTHY and S.Z. ABDIN 所提出的 Simplex Search 方法，必須定出最佳函數 (Optimum Function )，做多次的迭代，也缺乏最佳準則的判斷，須花較多的計算時間，不宜做為一般線上檢測系統的計算方法。MINMAX2 分析法是以幾何分析方式來求得符合平面度定義之解，有系統的尋找一最佳平行面，同時有最佳準則做為最後的判斷，是此法的最大特色，故本系統以 Union Jack, MINMAX2 及最小平方法，做為平面度的計算方法，並發展成由取樣，數據分析至結果顯示，皆以微電腦輔助的平抬平面度線上檢測系統。

## 第二章 平抬的一些規定

### § 2.1 平抬的支撑方式

通常平抬的置放位置並不是個水平位置，爲了使基準面能達到接近水平的位置，一般都採用可調整的支持座來支持平抬，而支持位置也有其嚴密的要求，以免支持不當而造成表面的撓曲；整個支持的結構物應選擇堅固而且自然頻率愈低愈好〔1〕，以免和外來的振動產生共振現象。

最常使用的平抬形狀有矩形與圓形兩種，一般的支撑方式大都採用三點支撑，以便可調至概略水平的情形，依據FS規範中經驗的印證，如圖2-1所示，如此可得較小的表面撓曲。

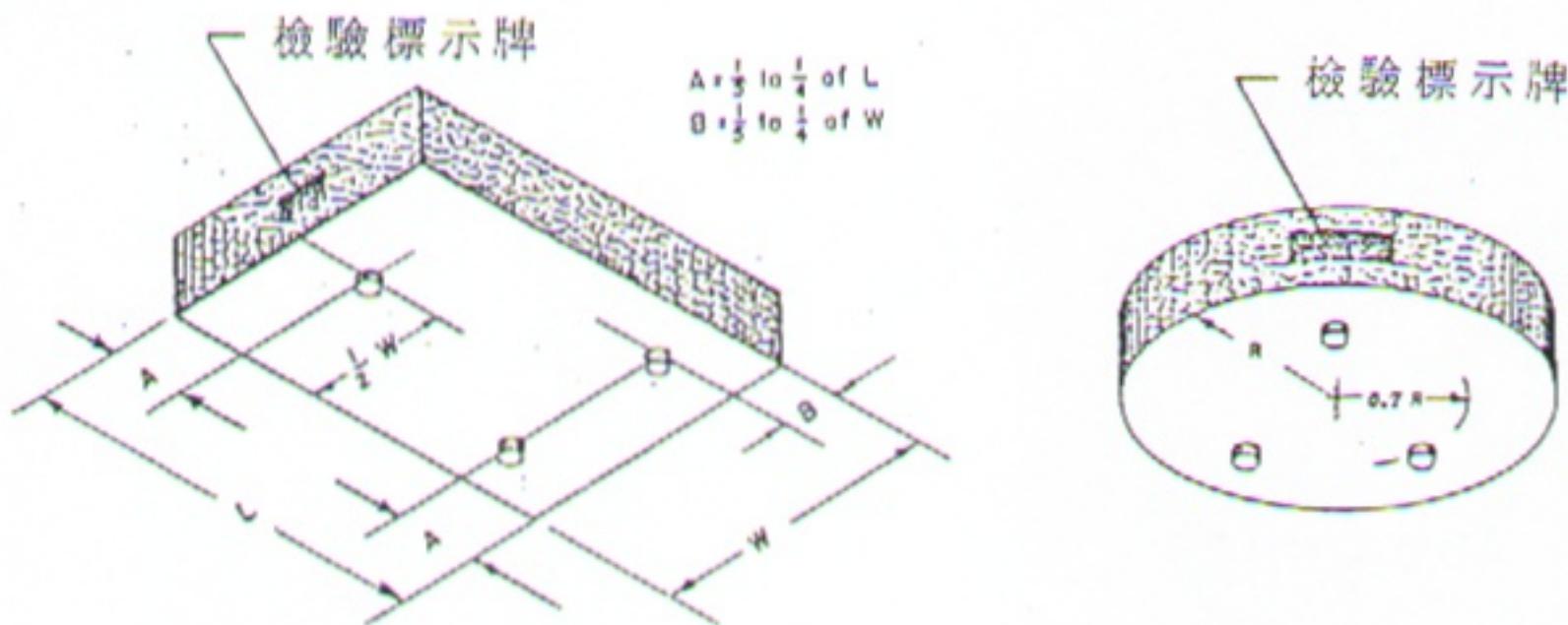


圖 2 - 1 平抬的支撑位置

## § 2.2 平抬的厚度

由於平抬大都是被當成基準面在使用，所以它本身必須有足夠的剛性 ( rigidity ) 來支持其自重，意即須有某種程度的厚度來支撑自重，甚至在有外加荷重之下也不能有過度的撓曲，才能符合當基準面的要求。依據 FS, BS, DIN(5) 的規定，結論歸納是：平抬必須有足夠的厚度，使其表面中心位置在受到 50psi 的垂直集中負荷時其撓度不能超過該平抬平面度公差 ( Flatness Tolerance ) 的一半。FS 規範中更推薦一計算公式來求取平抬適當的厚度。

對於矩形平抬其支持方式如圖 2-1 所示者可利用 (2.2) 式估算其應有的厚度。

$$\text{厚度 ( inch )} = \sqrt{\frac{WL^3 f(\frac{L}{w})}{Ed}} \quad (2.2)$$

在此：

W：中心位置的集中負荷 ( pound )

L：平抬的長度 ( inch )

w：平抬的寬度 ( inch )

E：平抬的彈性係數 ( psi )

d：當集中負荷時，平抬中心位置的撓度 ( inch )

f ( $\frac{L}{w}$ )：由 Dayton Univ. 研究中心推導出來的經驗值

$$\frac{L}{w} \quad f \left( \frac{L}{w} \right)$$

1.0	.12
1.5	.14
2.0	.18
2.5	.22
3.0	.26
4.0	.34
6.0	.55

圓形平抬並無一實驗公式來推導適當的厚度，通常以直徑的  $1/3$  為厚度。

### § 2.3 平面度公差的估算

雖然各國的標準對平面度均有一致的定義，但對等級的分類及可允許的平面度公差 ( Flatness Tolerance ) 的計算甚為紛亂，在計算上大都以平抬對角線長度做為依據；茲列舉 CNS, BS, JIS, FS 等規範中平面度公差的計算公式

。 (平面度公差使用單位是 um , 對角線長或直徑的單位是 mm 。 )

\* CNS 規範中有 0 , 1 , 2 三種等級， 1 級平抬的平面度公差：

$$(公差量) T = \frac{D}{100} \quad (2.3)$$

0 級的公差約為  $T/2$  , 2 級的公差是  $2T$  , D 是對角線長。

BS 規範中有 0 , 1 , 2 , 3 四級， 0 級平抬可允許的公差：

$$T = 2.5 \left( 1 + \frac{D}{1000} \right) \quad (2.3a)$$

1 級的公差是 0 級的兩倍，第 2 級是 1 級的兩倍，依此類推。

JIS 規範中有 1 、 2 兩級：

$$\begin{aligned} 1 \text{ 級平面度公差 } T &= 1.6 + \frac{D}{125} \\ (2.3b) \end{aligned}$$

$$2 \text{ 級平面度公差 } T = 4 + \frac{D}{50}$$

FS 規範中有 AA , A , B 三級，AA 級可允許的平面度公差：

$$T = 1 + 1.6 D^2 \times 10^{-6} \quad (2.3c)$$

A 級可允許的公差是 AA 級的兩倍，B 級可允許的公差是 A 級的兩倍。

#### § 2.4 局部公差 (Local Tolerance) 的決定

在 2.3 節中所討論的平面度公差是為整體公差 (Overall Tolerance)，除此之外，BS - 817 (1983) 及 FS, GGG-P - 463C 都有局部公差的限制 (表 1) 及 (表 2)，此局部公差限制一個平滑的表面不能有突然的凹陷或凸起的現象，否則將影響其等級。

表 1 BS 局部公差

等級	全 部	讀 數
	mm	inch
0	0.004	0.00015
1	0.008	0.00030
2	0.016	0.00060
3	0.032	0.00120

表 2 FS 局部公差 (Local Tolerance)

對角線長 mm	Grade AA	Grade A	Grade B
	全 部 讀 數		
800 以下	0.9	1.5	2.8
800 ~ 1500	1.2	1.8	3.0
1500 ~ 2200	1.5	2.0	4.0
2200 ~ 3000	1.9	2.5	5.0
3000 ~ 3800	2.3	3.0	6.0
3800	2.5	3.5	7.0

局部誤差 (Local Error) 的量測一般都採用 Variation Gage (圖 2-2)，但實驗上因受器材的限制，而以幾何的方法模擬，方法描述如下：

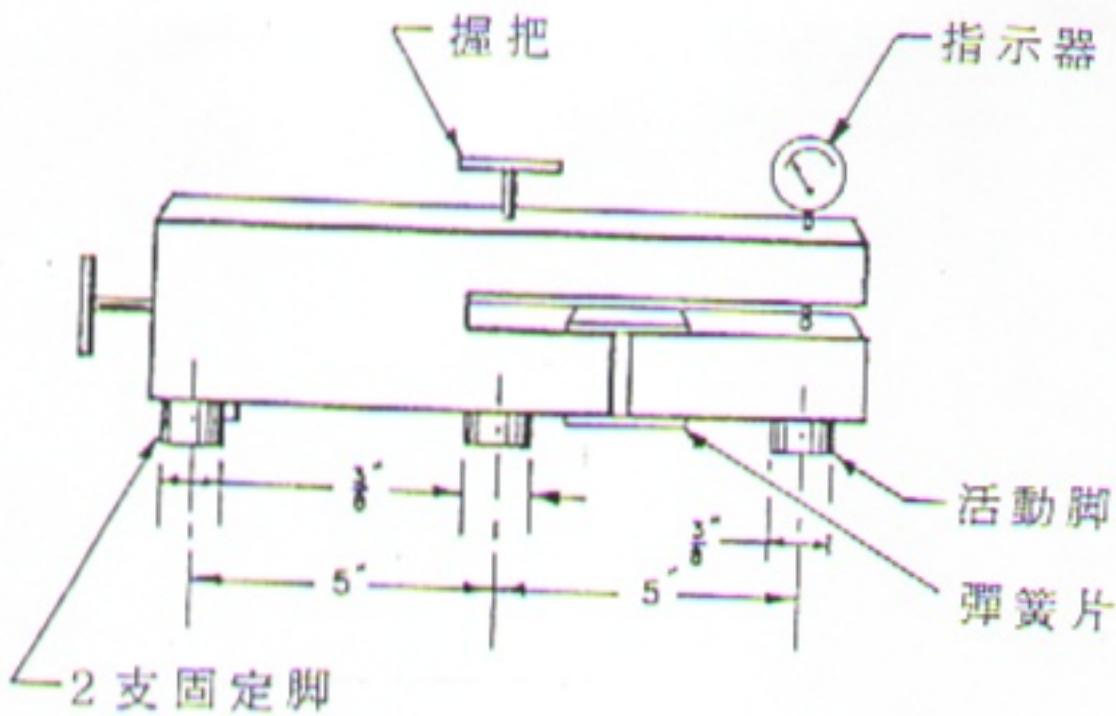


圖 2 - 2 Variation Gage

當我們做平抬檢驗時，取得各測定點的高度值之後經過運算，求得一平均面 (Mean Plane)，則各測定點對平均面都會有個偏差量 (Deviation)，對一具表面平順的平抬沿每一測定線此偏差量的變化應是平滑的，但是如果一具平抬其表面有突然的凸起或凹陷，則此偏差量的變化顯得紛亂而且陡峭。在圖 2-3 中以所有測定線中的第  $i$ ,  $j$  測定線裏的三個測定點做說明，在圖 2-3 (a) 中第 ( $i$ , 3) 點的局部誤差為  $|d_3 - d'_3|$ ，圖 2-3 (b) 中第 ( $j$ , 7) 點的局部誤差為  $|d_7 - d'_7|$ 。

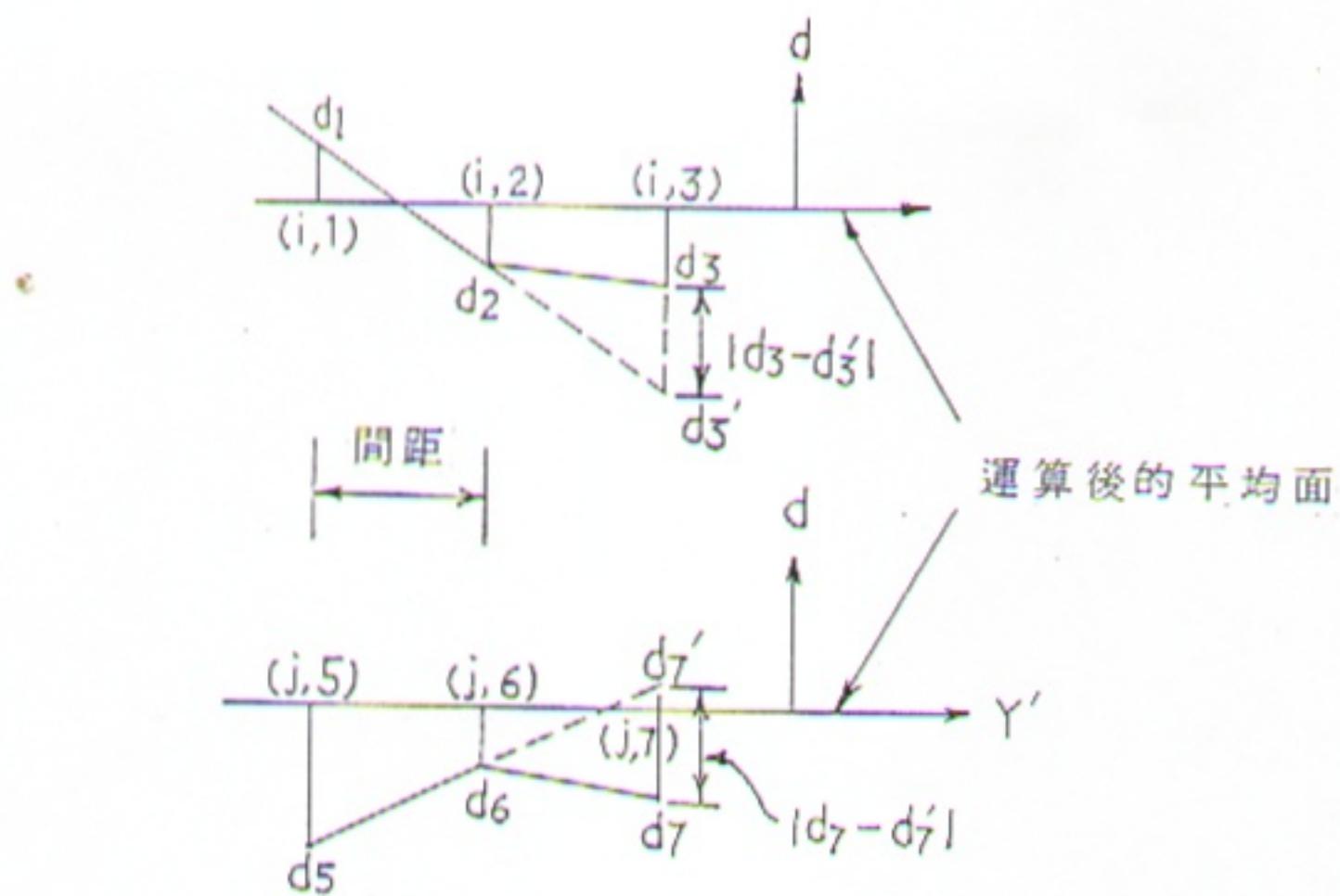


圖 2-3 局部誤差模擬

利用斜率的關係可導出第 (i, n) 點的局部誤差為

$Ld_{(i,n)}$

$$Ld_{(i,n)} = | 2 \times d_{(i,n-1)} - (d_{(i,n)} + d_{(i,n+1)}) | \quad (2.4)$$

在此，i 為第 i 測定線

n 為測定線上的測定點

此方法只是便於程式中計算局部誤差所做的模擬，而且也只限制各測定點與前後左右的關係。Variation Gage 所測得的局部誤差值是在平抬表面做任意遊動所得到的最大讀數。

按此模擬方法得到的局部誤差與使用 Variation Gage 檢測的結果會有稍許偏差，因為模擬只對每一測定點的前後左右測點做外插的比較，而不是對整個平抬表面做比較。

依 FS 與 BS 的規定，若是一個平抬其整體誤差屬於第 0 級而局部誤差屬於第 1 級，則整個平抬仍屬第 1 級而不是 0 級。

### 第三章 平面度的計算方法

在緒論中已就目前發表過的平面誤差的計算方法做了概述，在此僅就本系統所採用的方法；MINMAX2，Least Square 及 Union Jack 做進一步的介紹。

#### § 3.1 MINMAX2 法

MINMAX2 之義即是將最大偏差量（Deviation）最小化的原理，此法運算的結果恰能符合各國平面度的定義。

##### 3.1.1 理論分析及式子推導

從幾何上吾人欲求得一組平行面恰能函蓋一表面上所有點，則有下列情形發生。

- (a) 表面上只有兩點與兩平行面接觸，一點在上平面，另一點在下平面。
- (b) 表面上有三點與兩平行面接觸，一點在上平面，另外兩點在下平面，反之也可。
- (c) 表面上至少有四點與兩平行面接觸，可能是兩點在上平面，兩點在下平面；稱為 2-2 模式，或三點在上平面一點在下平面，反之也可稱為 3-1 模式（圖 3-1a, 3-1b）。

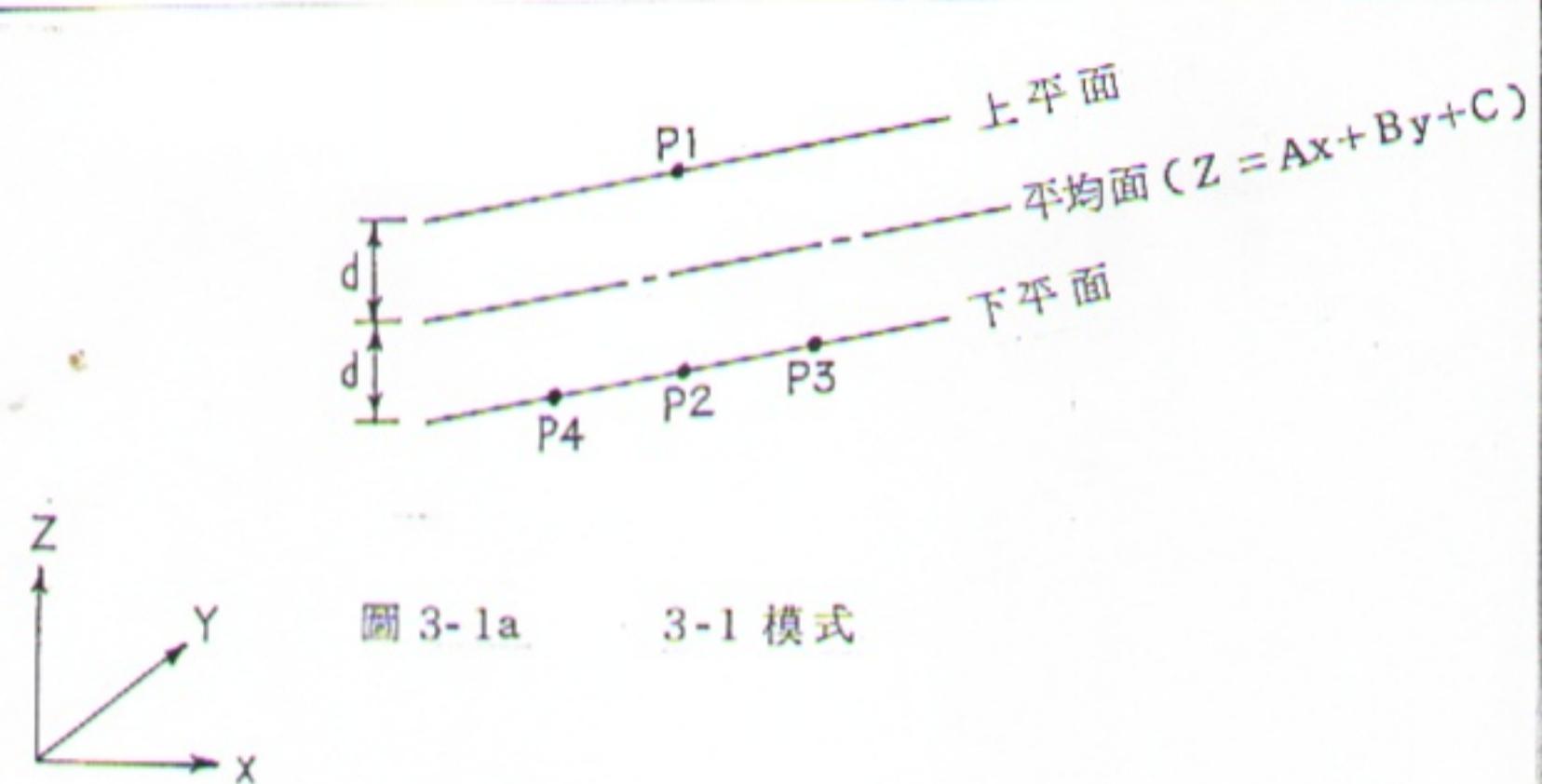


圖 3-1a 3-1 模式

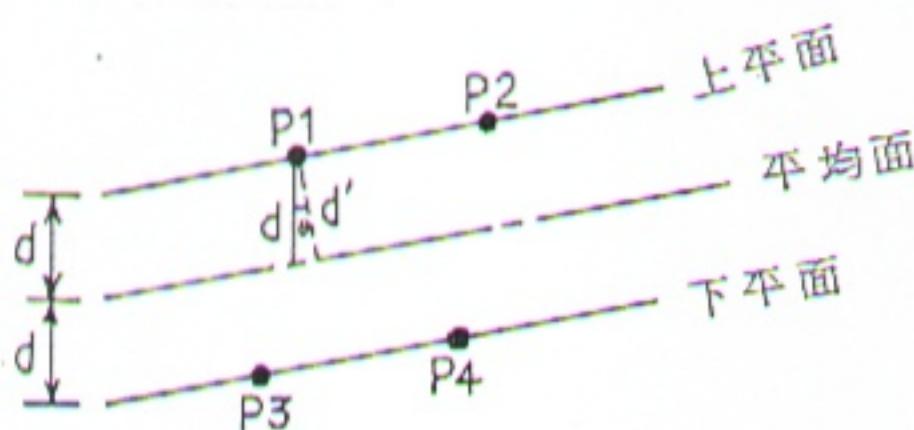
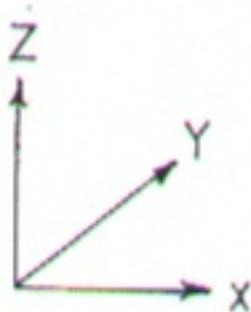


圖 3-1b 2-2 模式

在(a)與(b)的情形下，會得到無限多組的平行面，造成尋找最佳平行面的困擾，所以採用(c)有形做為 MINMAX 2 分析法的基礎，再配合兩個法則。

法則一：表面上至少有四點與兩平行面接觸，可以是 2-2 模式或 3-1 模式，這四點稱之為樞紐點 (Pivotal point)。

### 3.1.2 式子推導

假設空間中有四點  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $P_3(x_3, y_3, z_3)$ ,  $P_4(x_4, y_4, z_4)$  正好與兩平行面接觸， $P_1$  在上平面， $P_2, P_3, P_4$  在下平面（如圖 3-1b 所示）則由  $C_3^4$  的組合關係，可得到四組平行面通過這四點，每組平行面均有其平均面（Mean Plane），若這四點到平均面的距離為  $d$ ，則  $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d$ ，由此關係可設平均面的方程式為  $Z = A_i X + B_i Y + C_i$ ,  $i = 1 \sim 4$

$$\text{所以 } Z_1 - A_1 X_1 - B_1 Y_1 - C_1 = A_1 X_2 + B_1 Y_2 + C_1 - Z_2$$

$$Z_2 - A_1 X_2 - B_1 Y_2 - C_1 = Z_3 - A_1 X_3 - B_1 Y_3 - C_1$$

$$Z_3 - A_1 X_3 - B_1 Y_3 - C_1 = Z_4 - A_1 X_4 - B_1 Y_4 - C_1$$

有  $A_1, B_1, C_1$  三個參數，恰好有三個方程式故可解之得：

$$A_1 = [(Z_2 - Z_3)(Y_3 - Y_4) - (Z_3 - Z_4)(Y_2 - Y_3)]/D_1$$

$$B_1 = [(X_2 - X_3)(Z_3 - Z_4) - (X_3 - X_4)(Z_2 - Z_3)]/D_1$$

$$C_1 = [(Z_1 + Z_2) - A_1(X_1 + X_2) - B_1(Y_1 + Y_2)]/2$$

$$D_1 = (X_2 - X_3)(Y_3 - Y_4) - (X_3 - X_4)(Y_2 - Y_3)$$

(3.1)

同理可求得另外三個平均面方程式，請參考附錄 A。在這四

個平均面裏我們選擇最大偏差量 (Maximum Deviation) 是四個平均面中最小者稱之為 K-Plane ( $Z = A_k X + B_k Y + C_k$ )，即  $\text{Max} |Z_i - A_k X_i - B_k Y_i - C_k|$ ， $i = 1 \sim 4$ ，是四個平均面中最小者，這個平均面是找尋最佳平行面的第二個基礎。

嚴格的說，樞紐點至平均面的距離，應是垂直方向的長度  $d'$  而不是  $d$  (參照圖 3-1b)，但因為取樣之間距 (Space Length) 比起  $d$  大很多，所以  $\theta$  很小，因此在整個計算過程中仍採用長度  $d$  當成距離。

2-2 模式平均面的求法與 3-1 模式的原理是一樣的，由  $C_2^4$  的組合關係可知有六個平均面方程式 (即有六組平行面出現)。在此只列出一組方程式如下：

$$\begin{aligned} A_5 &= [(Y_1 - Y_2)(Z_3 - Z_4) - (Y_3 - Y_4)(Z_1 - Z_2)] / D_5 \\ B_5 &= [(X_3 - X_4)(Z_1 - Z_2) - (X_1 - X_2)(Z_3 - Z_4)] / D_5 \\ C_5 &= [(Z_2 + Z_3) - A_5(X_2 + X_3) - B_5(Y_2 + Y_3)] / 2 \\ D_5 &= (X_3 - X_4)(Y_1 - Y_2) - (X_1 - X_2)(Y_3 - Y_4) \end{aligned} \quad (3.2)$$

### 3.1.3 平行面的尋找

在量測一表面後得到一組數據 ( $X_i, Y_i, Z_i$ )， $i = 1$

$\sim N$ ,  $N$ : 測定點的總數，其中有四點是樞紐點，若為  $P_1$ ( $X_1, Y_1, Z_1$ ),  $P_2, P_3, P_4$ ，此四點與 3.1.1 節中的 K-Plane 的距離為  $d$ ，若  $d$  不是所有偏差量中最大者，則這組平行面不能涵蓋此表面，如果第五點的偏差量  $d_5$  是最大(圖 3-2)，則  $P_5$  取代原先四個樞紐點中的一點，若  $d_5$  為正則  $P_5$  替代上平面中最接近的樞紐點( $P_1$ )為新的樞紐點；若  $d_5$  為負則  $P_5$  替代下平面中最接近的舊樞紐點，成為新的樞紐點，再回至平均面的公式中做運算，直到求出能涵蓋表面上所有點的平行面出來。

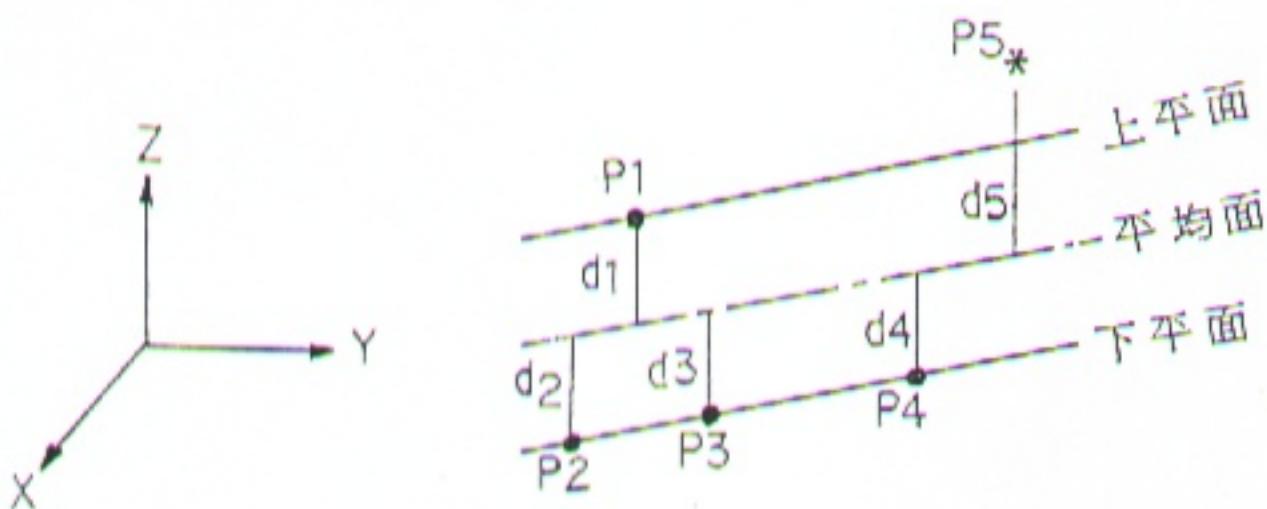


圖 3-2 四個樞紐點所決的平行面未能  
涵蓋所有點的情形，此時  $P_5$   
替代  $P_1$  成為新的樞紐點

### 3.1.4 最小距離之最佳準則 (Optimum Criterion for Min. Separation)

如從 3.1.2 節中已求得能涵蓋表面所有點的平行面。但能涵蓋所有點的平行面，不只一組，這時需要一些準則來決定那一組平行面的距離已是最小或已達到最佳情形。

法則二：如果一個表面正好有四點與兩平行面接觸且這組平行面已涵蓋了所有點，如果這四個樞紐點在 X-Y 平面的投影達到如圖 3-3a, 3-3b, 3-3c, 3-3d 所示的情形，則這組平行面已達到最佳情形；或稱兩平行面的距離已是最小。

△：上平面的樞紐點

□：下平面的樞紐點

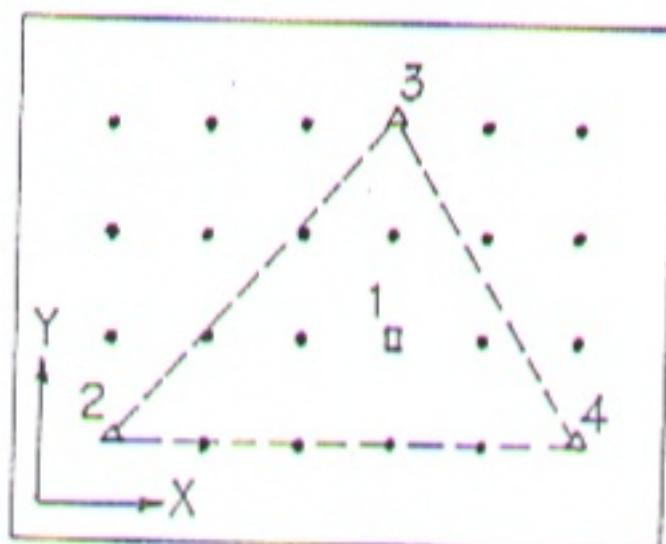


圖 3-3a

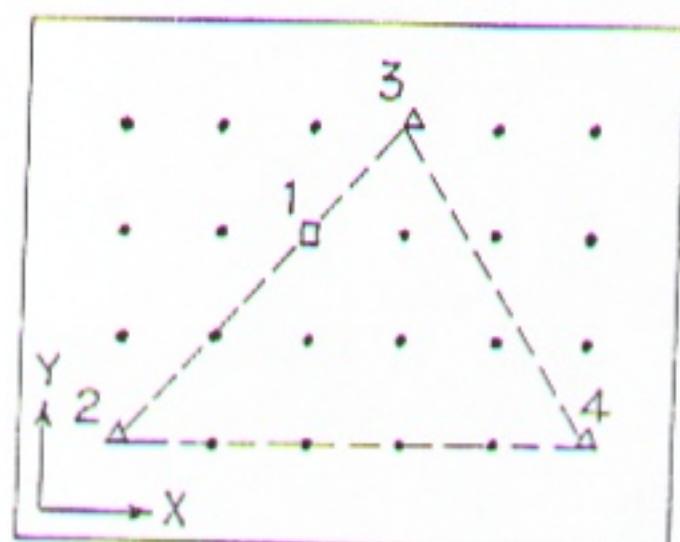


圖 3-3b

3 - 1 模式最佳情形

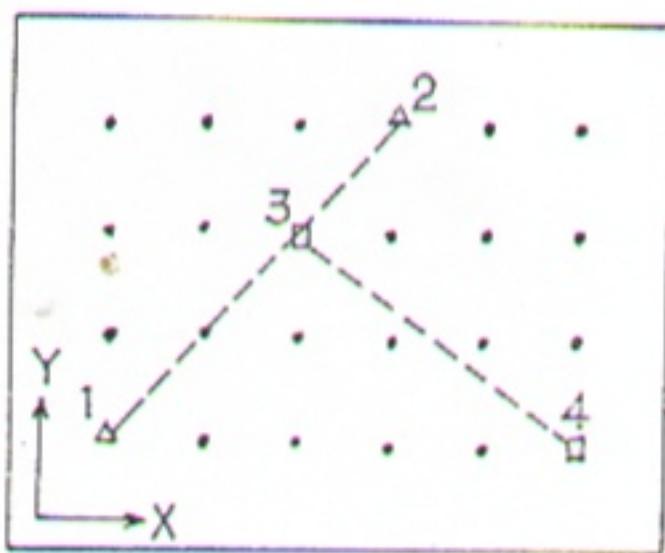


圖 3-3c

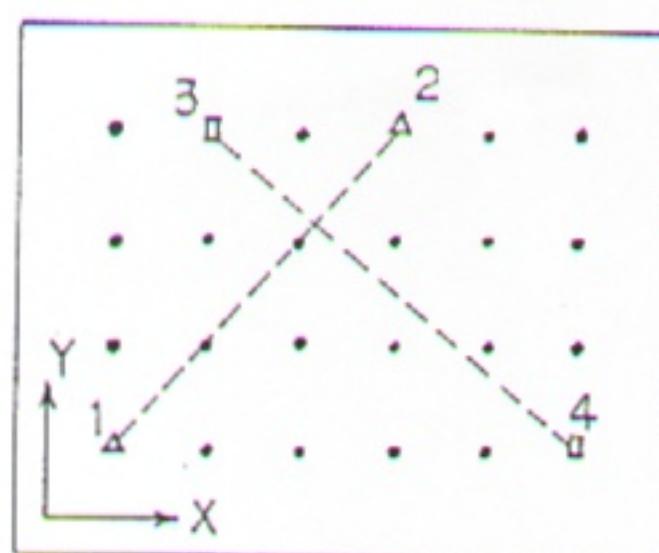


圖 3-3d

## 2 - 2 模式最佳情形

說明：(a) 3-1 模式

從圖 3-3a 及 3-3b 中，點 1 在下平面，點 2，3，4 在上平面，將點 2 及點 3 連成一線段  $\overline{23}$  則點 1 和點 4 必在  $\overline{23}$  的同一側，同理；點 1，點 2 必須在  $\overline{34}$  的同一側，點 1，點 3 必須在  $\overline{24}$  的同一側。或是點 1 正好位在  $\overline{23}$ ， $\overline{34}$ ， $\overline{24}$  上這兩種情形都可說是已達 3-1 模式的最佳情形。

(b) 2-2 模式

從圖 3-3c 及 3-3d 中點 1，點 2 在下平面而點 3，點 4 在上平面，可連成  $\overline{12}$  與  $\overline{34}$ ，這兩線段在 X-Y 平面必須相交，四個樞紐點也可能是交點，在此情形下可說已達 2-2 模式的最佳情形。

此最佳準則的合理性可由圖 3-4 及圖 3-5 來說明。圖 3-4 是 3-1 模式分佈的情形，四個樞紐點所決定的兩平行面已涵蓋所有點了，但未達最佳的情形，經座標轉換由  $X - Y - Z \rightarrow X' - Y' - Z'$  ( 圖 3-4b )，新的原點是  $O'$ ，從  $W$  的方向看過去，此表面的一些點在  $Y' - Z'$  平面的投影情形 ( 圖 3-4c )，2，3 點即是  $O'$  點，若以  $\overline{2\ 3}$  為軸線順時針旋轉則在 A 區的點與  $Y'$  軸的距離會逐漸減小而在 B 區的點與  $Y'$  軸的距離却逐漸增大，所以兩平行面的距離仍可調整至更小，因為這組平行面 ( 3-1 模式 ) 尚未達最佳情形。

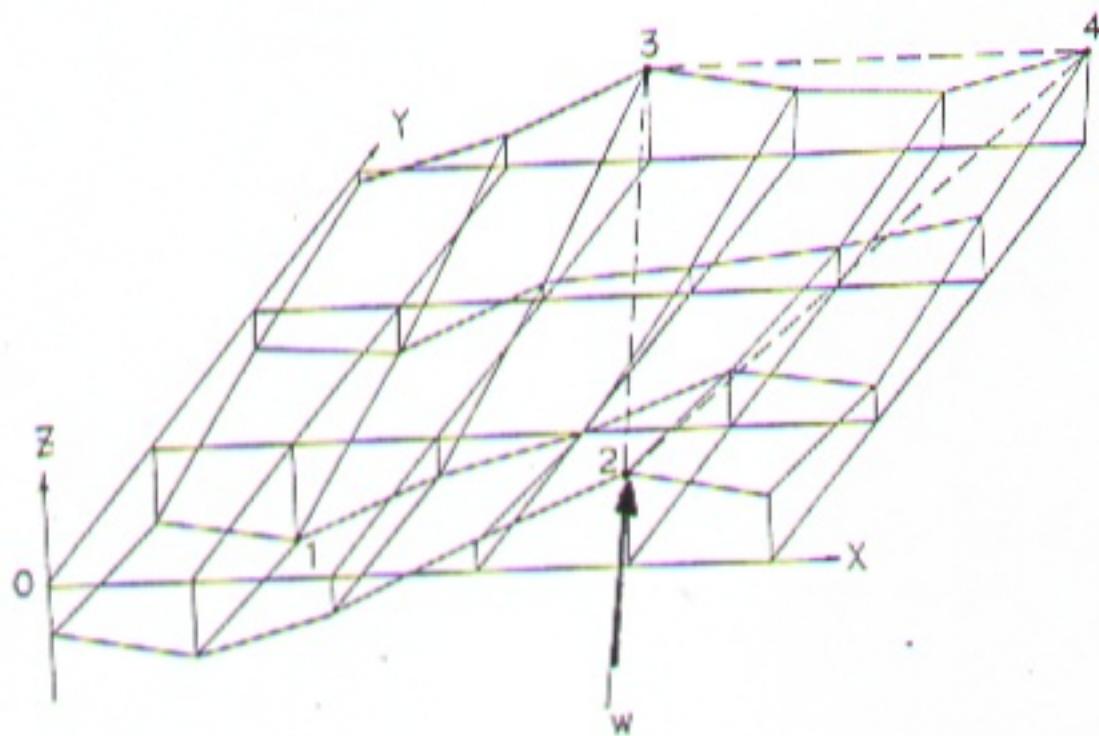


圖 3-4a 3-1 模式未達最佳情形的立體圖

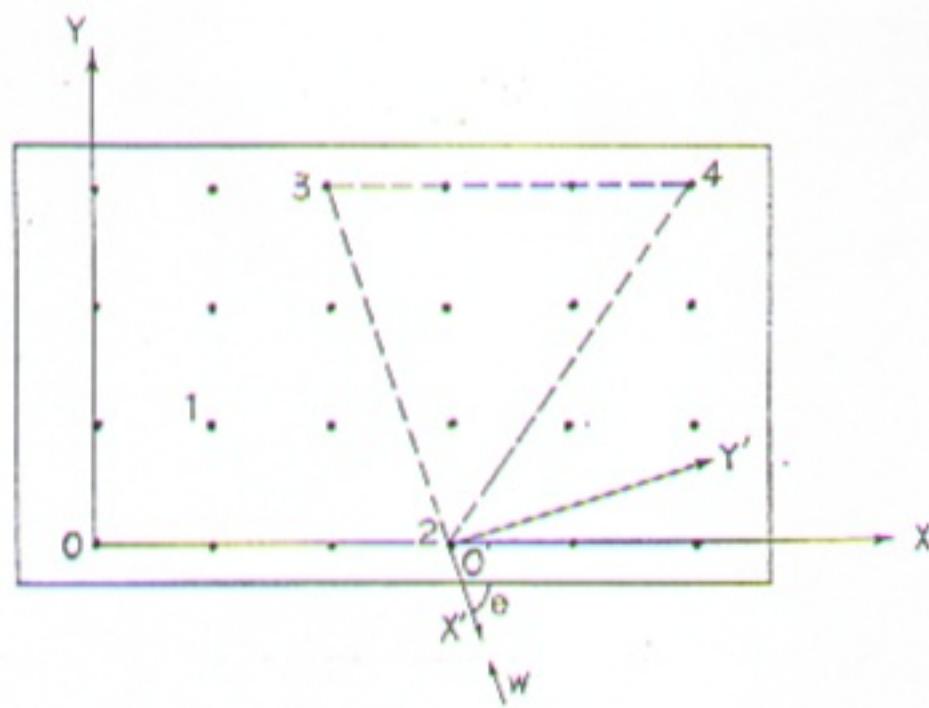


圖 3-4b 座標由  $X - Y$  轉換至  $X' - Y'$

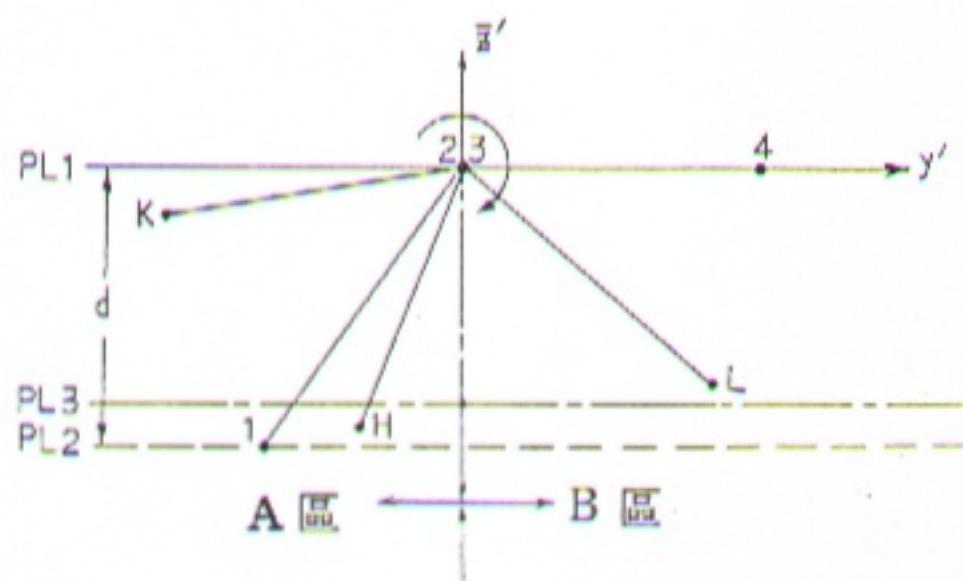


圖 3-4c 座標轉換後一些點在  $Y' - Z'$  平面之投影

圖 3-5 是一個 2-2 模式的平行面，尚未達到最佳情形，經座標轉換後，以  $\overline{3'4}$  為軸線，順時旋轉，在 A 區的點，與  $Y'$  軸的距離會漸小，在 B 區的點與  $Y'$  軸的距離會漸增，步驟與 3-1 模式中的描述一樣。

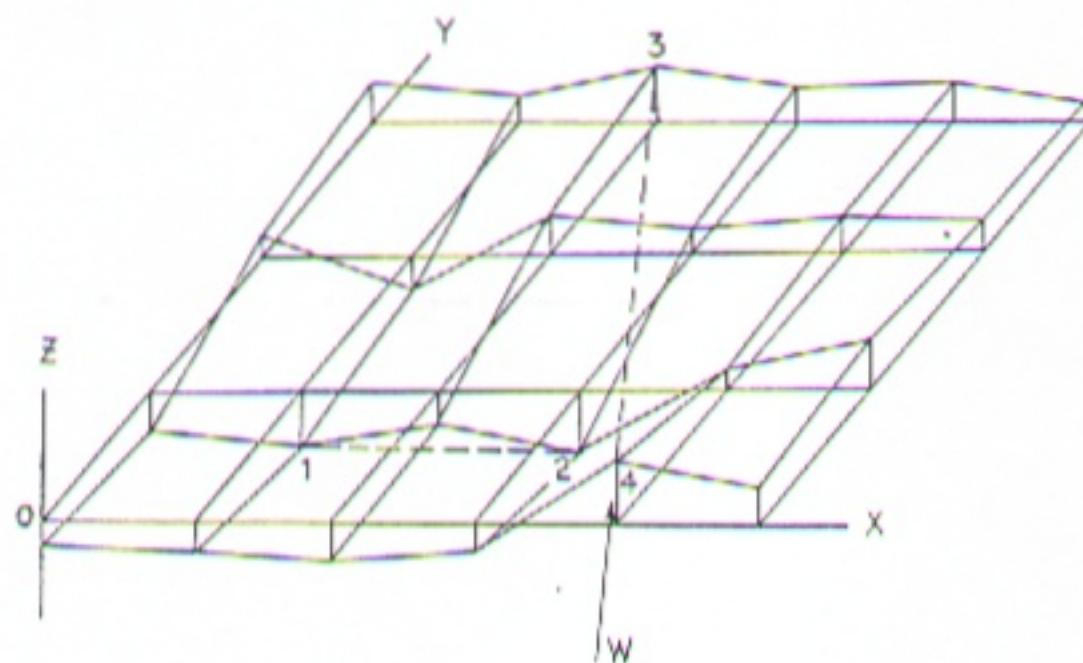


圖 3-5a 2-2 模式的立體圖並未符合最佳準則

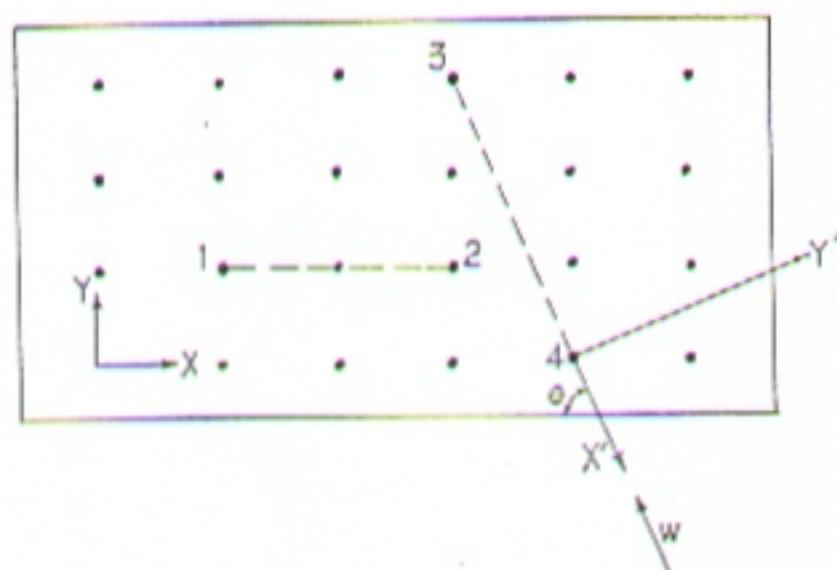


圖 3-5b 座標由  $X - Y$  轉換至  $X' - Y'$  的情形

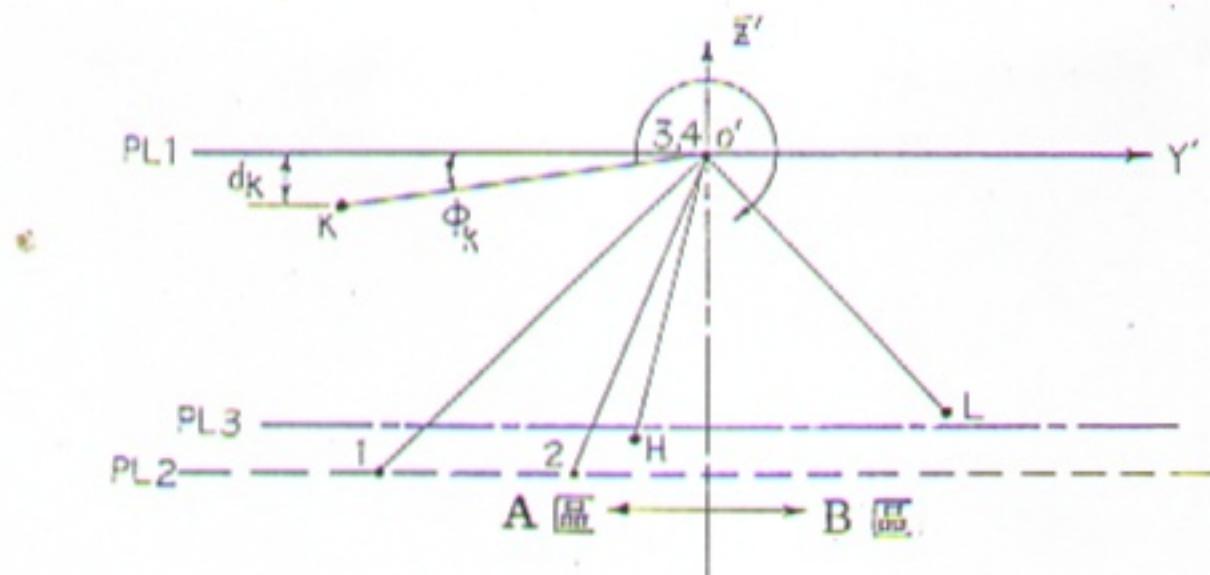


圖 3-5c 平面上的一些點在  $Y' - \bar{Z}'$  平面的分佈情形

從圖 3-5c 中，吾人仍可經由順時針方向旋轉而使  $PL_1$  與  $PL_2$  之間的距離減小。

### 3.1.5 最佳平行面的尋找

在圖 3-4 中是一組 3-1 模式分佈的平行面，兩平行面已涵蓋了所有點可是未達最佳的情形，顯然的兩平行面的距離必可使之達到更小，本節即在討論此尋找最佳平行面的步驟和過程。

#### (I) 座標轉換：

如果表面上有一點  $i (X_i, Y_i, \bar{Z}_i)$  表示相對於平均面 ( $Z = AX + BY + C$ ) 的第  $i$  點 (i.e.  $\bar{Z}_i = Z_i - AX_i - BY_i - C$ )；在圖 3-4a 裏由於點 1 與點 4 在  $\overline{2} \overline{3}$  的不同側，此時將座標由  $X - Y$  轉換至  $X' - Y'$ ，原點由  $0 \rightarrow 0'$ ，並

使  $X'$  軸  $\overline{2} \ 3$  重合， $0'$  點即為點 2，且將  $\overline{Z}$  轉換為  $\overline{Z}'$ ，整個座標從  $(X - Y - Z) \rightarrow (X' - Y' - \overline{Z}')$ ，可用 3.1.4 式表示之。

$$\begin{Bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ \overline{Z}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{Y_2 - Y_3}{X_2 - X_3}$$

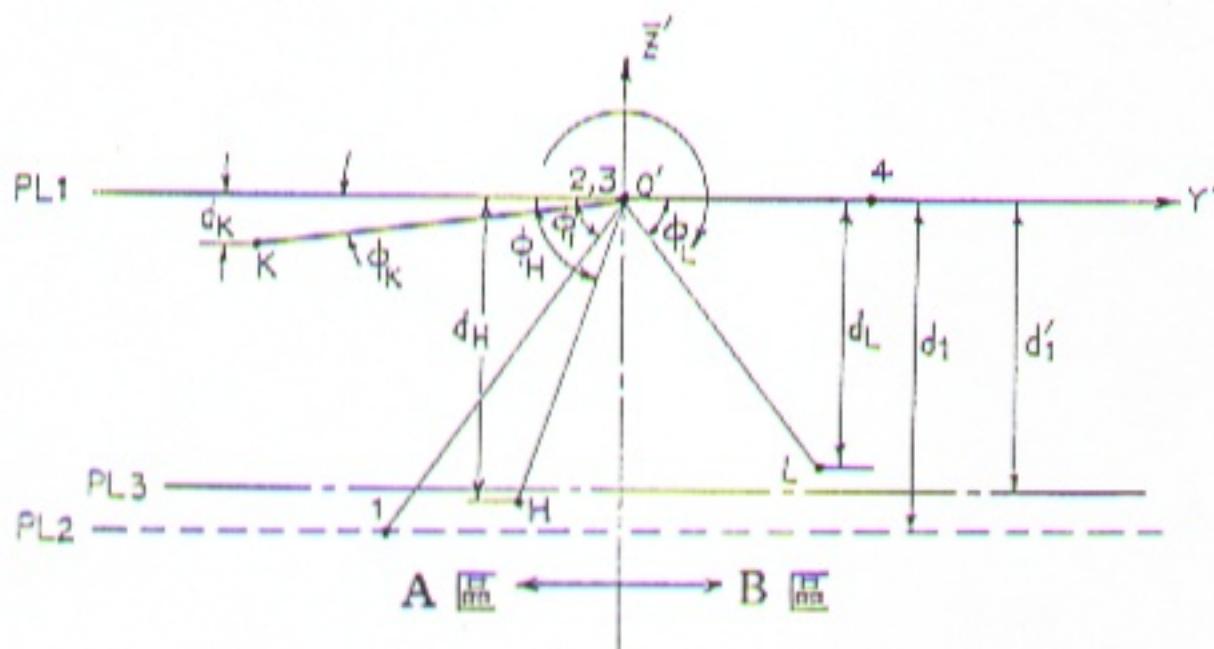


圖 3-6 3-1 模式，經座標轉換後一些點  
在  $Y' - \overline{Z}'$  平面之投影

圖 3-6 是經過座標轉換後，表面上的一些點在  $X' - \overline{Z}'$

平面的投影，各點的高度為  $d_i$ ， $d_i = |\bar{Z}_i|$ ，L，H，K是幾個代表性的點，各點至  $O'$  的長度為  $L_i$ ， $\phi_i$  是各點與 Y' 軸的夾角。

$$\phi_i = |\tan^{-1}(\frac{\bar{Z}_i}{Y'_i})| \quad (3.4)$$

$$L_i = \sqrt{Y'^2_i + \bar{Z}'^2_i}$$

### III 求取 $\triangle\phi$ 角

由圖 3-6 知以  $O'$  為軸心，順時針旋轉  $\triangle\phi$  角後在 A 區的點與 Y' 軸的距離會逐漸減小，在 B 區的點則會漸增，從這關係可能發生 A 區與 B 區的點產生相同高度，或 A 區的點與 Y' 軸的距離變為 0 的情形出現。

順時針方向旋轉  $\triangle\phi$  之後，各代表性的點與 Y' 軸距離變化如下：

$$\begin{aligned} d_L' &= L_L \sin(\phi_L + \triangle\phi) \approx L_L (\phi_L + \triangle\phi) \\ d_K' &= L_K \sin(\phi_K - \triangle\phi) \approx L_K (\phi_K - \triangle\phi) \\ d_H' &= L_H \sin(\phi_H - \triangle\phi) \approx L_H (\phi_H - \triangle\phi) \\ d_i' &= L_i \sin(\phi_i - \triangle\phi) \approx L_i (\phi_i - \triangle\phi) \end{aligned} \quad (3.5)$$

在  $\bar{Z}'$  軸線上的點不因旋轉  $\triangle\phi$  角而改變距離，（近似，因為  $\triangle\phi \approx 0$ ）

### III 旋轉 $\triangle \phi$ 後可能發生的情形(參考圖 3-6)

- (a) 如果  $d_L' = d_i'$  最先出現，則點 L 取代點 4 為樞紐點形成一組 2-2 模式的平行面。此時  $\triangle \phi$  即為  $\triangle \phi_L$ 。

$$\triangle \phi_L = (L_1\phi_1 - L_L\phi_L) / (L_1 + L_L) \quad (3.6)$$

- (b) 如果  $d_H' = d_i'$  先發生，則點 H 取代點 4 為樞紐點形成一組 2-2 模式的平行面，旋轉的角度為  $\triangle \phi_H$ 。

$$\triangle \phi_H = (L_1\phi_1 - L_H\phi_H) / (L_1 - L_H) \quad (3.7)$$

- (c) 如果  $d_K' = 0$  先出現，則點 K 取代點 4 為樞紐點形成一組 3-1 模式的平行面，此時點 1 可能位在  $PL_3$  上而 2-3-K 在上平面  $PL_1$ ，這時的旋轉角度：

$$\triangle \phi_K = \phi_K \quad (3.8)$$

如果是在  $\bar{Z}'$  軸上的點則

$$\triangle \phi_i = \phi_i - (L_i / L_1), i : \text{在 } \bar{Z}' \text{ 軸上的點} \quad (3.9)$$

總之， $\triangle \phi$  是  $\triangle \phi_i$  和  $\phi_i$  中最小的角度值；若  $\triangle \phi_L$  是  $\triangle \phi_i$  中最小者則出現情形(a)，若  $\triangle \phi_H$  是  $\triangle \phi_i$  中最小的則出現情形(b)，如果  $\triangle \phi_K$  是最小者則出現情形(c)，依此類推。在此  $i = 1 \sim N$  ( $N$ ：測定點的總數)，但

$\triangle \phi \neq 0$ 。

至於未達最佳情形的 2-2 模式平行面，其求取最佳平行面的過程和 3-1 模式是一樣的，圖 3-7 是一個 2-2 模式的平行面，經座標轉換後在  $Y' - Z'$  平面的投影， $L$ ,  $H$ ,  $K$  仍是表面上的一些代表性的點。

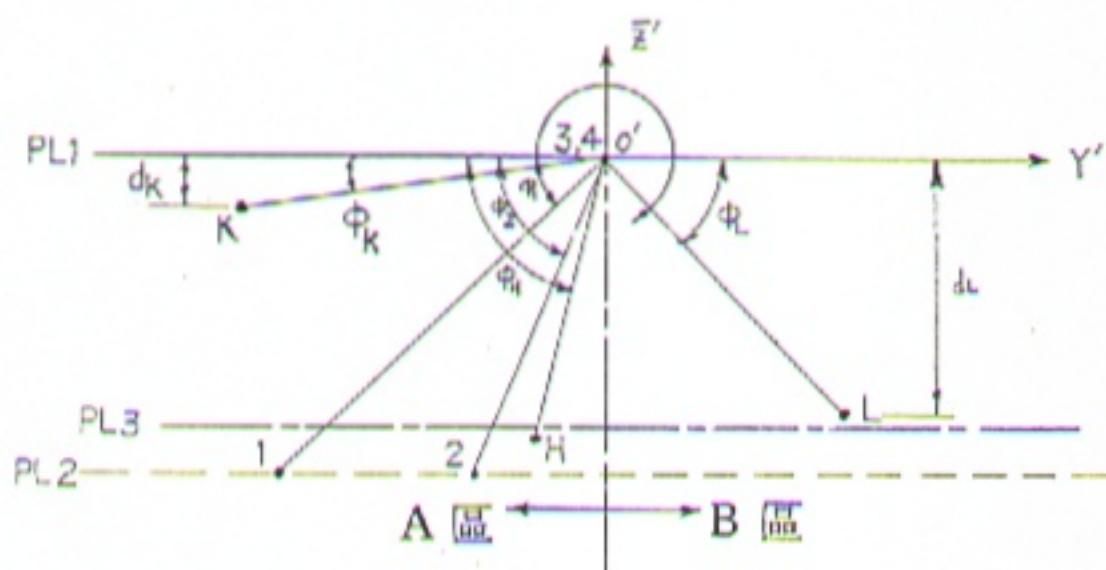


圖 3-7 2-2 模式經座標轉換後在  $Y' - Z'$  平面之投影

經過旋轉  $\triangle \phi$  角後，產生新的四個樞紐點可能為 3-1 模式或 2-2 模式，可能出現的情形描述於後。

經過旋轉  $\triangle \phi$  角後可能發生的情形：(  $i = 1 \sim N$  )

- (a) 若  $\triangle \phi_L$  是  $\triangle \phi_i$  中最小的角度則點 L 取代點 1 形成點 3, 4 在上平面  $PL_1$  而點 2, L 在下平面  $PL_3$  的 2-2 模式。
- (b) 若  $\triangle \phi_H$  是  $\triangle \phi_i$  中最小的角度則點 H 取代點 1 為樞紐點，形成點 3, 4 在上平面  $PL_1$ ，而點 2, H 在下平面

$PL_3$  的 2-2 模式。

(c) 若  $\triangle\phi_K$  是  $\triangle\phi_i$  中最小的角度則點 K 取代點 1 為樞紐點，形成點 K-3-4 在上平面  $PL_1$ ，而點 2 在下平面  $PL_3$  的 3-1 模式。

總結  $\triangle\phi_i$  角的計算如下：(  $i = 1 \sim N$  )

$$\begin{aligned} i \text{ 點在 A 區} \quad \triangle\phi_i &= (L_2\phi_2 - L_1\phi_1) / (L_2 - L_1) \\ i \text{ 點在 B 區} \quad \triangle\phi_i &= (L_2\phi_2 + L_1\phi_1) / (L_2 - L_1) \\ i \text{ 點在 } \bar{Z}' \text{ 軸} \quad \triangle\phi_i &= \phi_2 - (L_1 / L_2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.10 式適用於如圖 3-7 所示的 2-2 模式分佈，如為 3-1 模式（圖 3-6），則將（3.10 式）的註標 2 改為 1 即可。

在旋轉  $\triangle\phi$  角後產生的新的模式可能是 3-1 或 2-2 模式，然後再回至所對應的平均面計算公式中做運算，如此迭代運算直到求得一組符合最佳準則的平行面止，這組平行面是唯一的。

### 3.1.6 運算過程

利用 MINMAX2 法求取最佳平行面的過程是這樣的：

(a) 用最小平方法求出偏差量（Deviation）最大的四點定為啓始的樞紐點。

- (b) 將四個樞紐點代入 3-1 模式的平均面計算（3.1 式），並做樞紐點的替換直到函蓋表面所有點的平行面出現；  
（在此以 3-1 模式先著手較為節省時間，若從 2-2 模式先著手須運算六個平均面）。
- (c) 3-1 模式最佳準則判斷，如果符合則印出答案，若不符合則步驟(d)。
- (d) 3-1 模式最佳平行面尋找，可能變為 3-1 模式則回到步驟(b)，如果是 2-2 模式則步驟(e)。
- (e) 2-2 模式平均面運算直到求得函蓋表面所有點的平行面。
- (f) 2-2 模式最佳準則判斷，符合即印出答案，不符合則步驟(g)。
- (g) 2-2 模式最佳平行面尋找，可能變為 3-1 模式則步驟(b)，若為 2-2 模式則步驟(e)，如此迭代，直到有一組最佳平行面出現而止，此“MINMAX2”分析法得到的結果是唯一的。系統流程參見圖 3-8。

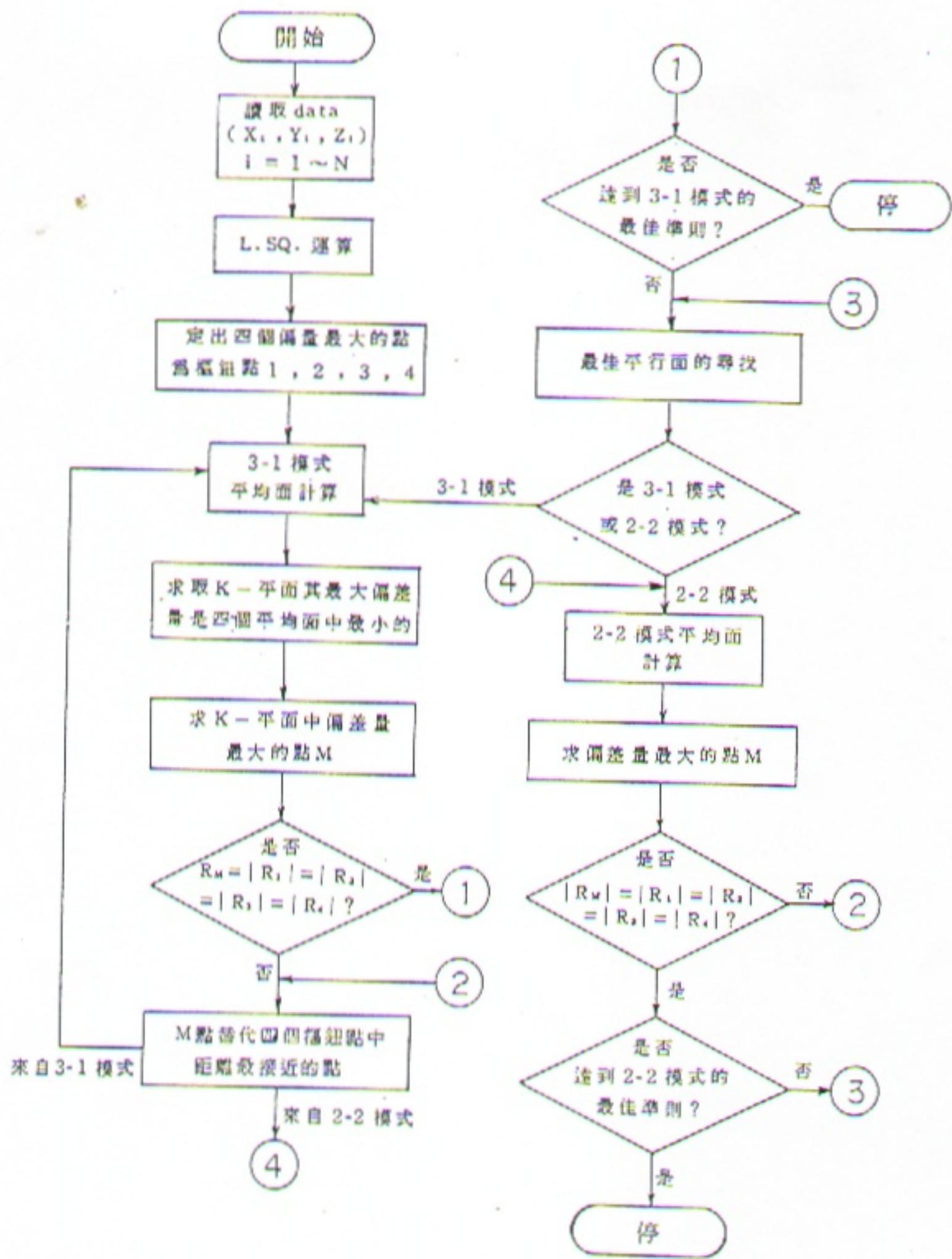


圖 3-8 MINMAX2 分析法之流程

### § 3.2 最小平方法 ( Least Square Method )

假使對一表面做量測，得到了  $N$  個數據，每個數據以  $(X_i, Y_i, Z_i)$  表示， $i = 1 \sim N$ ；從統計上吾人可利用最小平方法配一個代表性的平均面，假設該平均面的方程式為  $Z = AX + BY + C$ ，則各點至該平均面的距離  $d_i$ 。

$$d_i = Z_i - AX_i - BY_i - C \quad (i = 1 \sim N) \quad (3.17)$$

#### 餘數平方和 ( Residual Sum. of Square )

$$R.S.S. = \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (3.12)$$

由最小平方法的定義  $\min. (\sum_{i=1}^N d_i^2)$

現在分別對  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三個參數做部份微分，並令其等於 0，可得下列一組平均面方程式

$$\begin{aligned} A \sum (X_i - \bar{X})^2 + B \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) &= \sum (X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z}) \\ A \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) + B \sum (Y_i - \bar{Y})^2 &= \sum (Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z}) \\ C = \bar{Z} - A\bar{X} - B\bar{Y} \end{aligned} \quad (3.13)$$

有 A, B, C 三參數，也有三個方程式，解其聯立解得：

$$A = (S_{22}S_{y1} - S_{12}S_{y2}) / (S_{11}S_{22} - S_{12}^2) \quad (3.14)$$

$$B = (S_{11}S_{y2} - S_{12}S_{y1}) / (S_{11}S_{22} - S_{12}^2)$$

在此

$$S_{11} = \sum (X_i - \bar{X})^2 \quad \bar{X} = \frac{\sum X_i}{N}$$

$$S_{y1} = \sum (X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z}) \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N}$$

$$S_{22} = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \quad \bar{Z} = \frac{\sum Z_i}{N}$$

$$S_{y2} = \sum (Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z}) \quad S_{12} = \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

### § 3.3 米字型 (Union Jack) 的計算法

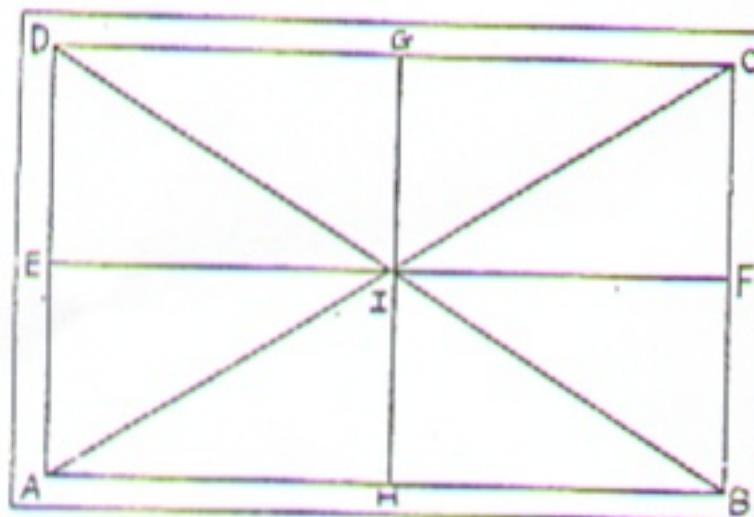


圖 3-9 米字型分割

Union Jack 本是井字法與對角線法的混合，在此以米字型法稱之，有測定線八條  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{GH}$ ，每條測定線必須是奇數個測定點，此法有些規定如下：

1. 所有測定線的間距必須一樣。
2. 兩對角線的交點與兩中線的交點必須重合，故對任一三角區域如  $\triangle AIH$ ，其斜邊、鄰邊、對邊之比必須為 5 : 4 : 3 或是此比例的整數倍。

### 3.3.1 計算方法

參考圖 3-9 以主對角  $\overline{AC}$  上的測定點來說明，設有 11 個測定點，各測定點高度累加之後，圖形如圖 3-10 所示。

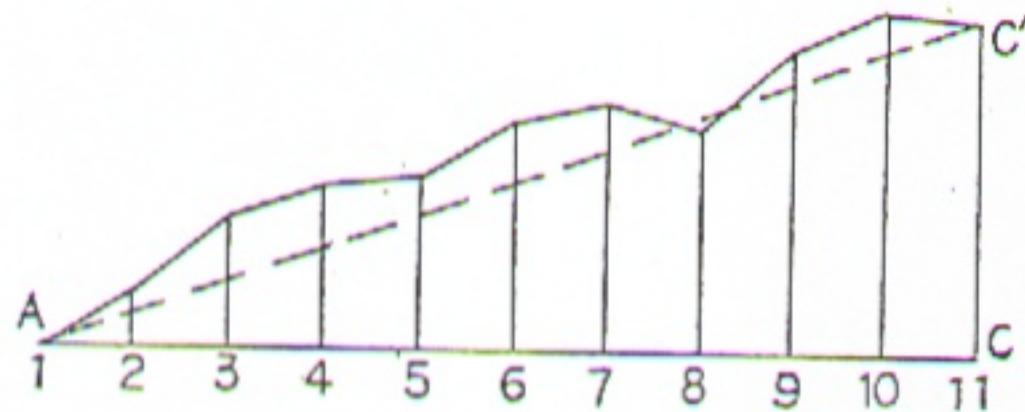


圖 3-10 主對角線高度之累加

各測定點高度計算：

$$Z_i = \sum_{i=1}^i Z_i \quad (i = 1 \sim 11) \quad (3.15)$$

(1) 連接  $\overline{AC'}$  使基準線由  $\overline{AC}$  變換為  $\overline{AC'}$  而各測定點實際高度變為：

$$Z'_i = Z_i - \frac{i-1}{10} \times \overline{CC'} \quad (3.16)$$

其餘各測定線的高度計算依此要領。

- (2) 主對角線  $\overline{AC}$  與次對角線 ( $\overline{BD}$ ) 的中點調到同高，如此可定出 A, B, C, D 四點的高度。即  $Z'_A = Z'_C$ ,  $Z'_B = Z'_D$ 。
- (3) 然後  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$  各測定線的端點調到配合 A, B, C, D 四點的高度，非端點的其餘各測定點依三角比例調整。
- (4)  $\overline{EF}$ ,  $\overline{GH}$  兩測定線的端點調至與  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  和  $\overline{DC}$ ,  $\overline{AB}$  的中點同高。
- (5)  $\overline{EF}$ ,  $\overline{GH}$  兩測定線的中點必經過 I 點，但並不一定與兩對角線的交點同高，此最大誤差距離稱為 Closure Error。
- (6) 將所有測定點的高度值  $Z'_i$  平移使最低點高度為 0，最高點的高度值即為此平抬平面度誤差 (Overall Error)。

以上所探討的是三種平面誤差的計算方法，MINMAX2 分析法基本上是 Minimum Zone Method 中一種尋求方法，此法與其他的報告，最大不同點是有最佳準則的判斷。

## 第四章 量測前的處理

### § 4.1 電子水平儀校驗

在執行任何檢測工作之前，都必須將量測儀器做校正，在此利用 HP 5528 雷射干涉儀〔11〕和數字電表（DVM），及一個垂直迴轉台（Rotary Table）來校驗電子水平儀，因雷射干涉儀的精度達 0.1 sec，而本實驗使用的電子水平儀其精度有 0.2 sec，所以是合理的，校驗的設置參見圖 4-1，檢驗的結果圖 4-2，顯示電子水平儀的線性度非常好，角度與輸出訊號的關係： $1 \text{ mv} = 0.203 \text{ sec}$ （精度 0.2 sec），或  $1 \text{ mv} = 2.04 \text{ sec}$ （精度 2 sec）。

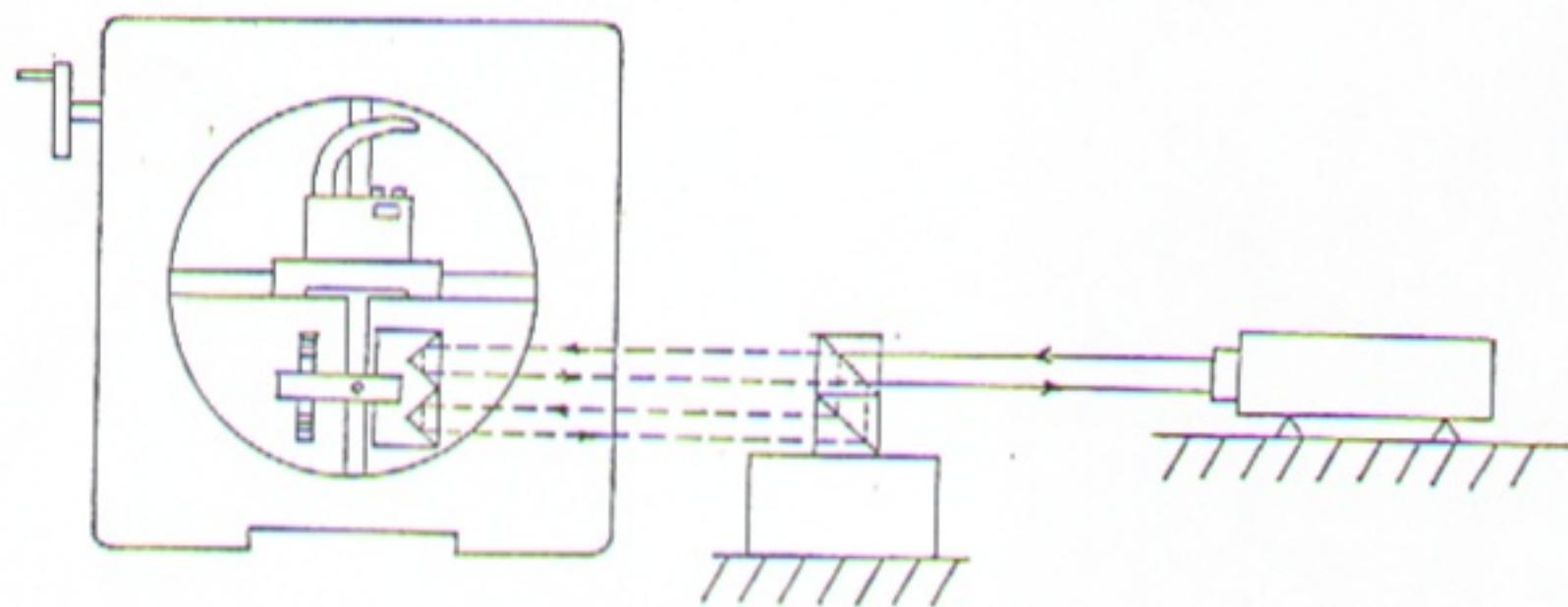


圖 4-1 電子水平儀校驗的設置

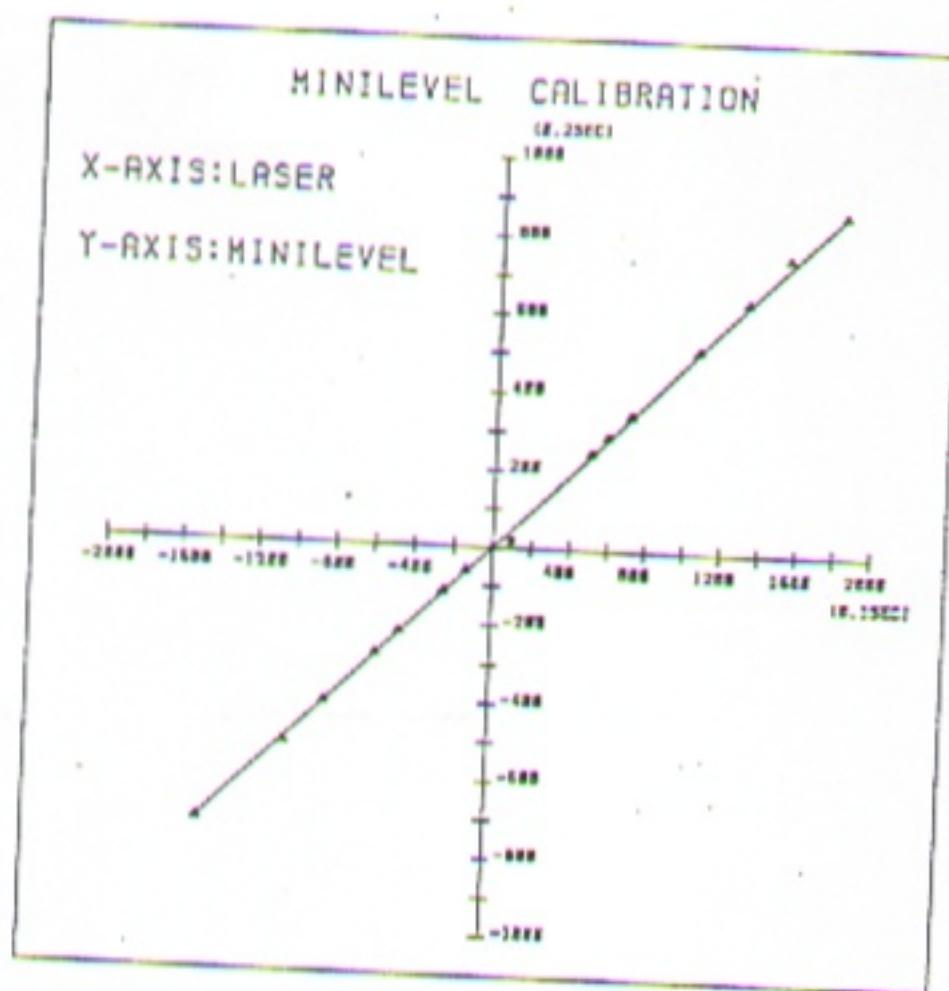


圖 4-2a 精度 0.2sec

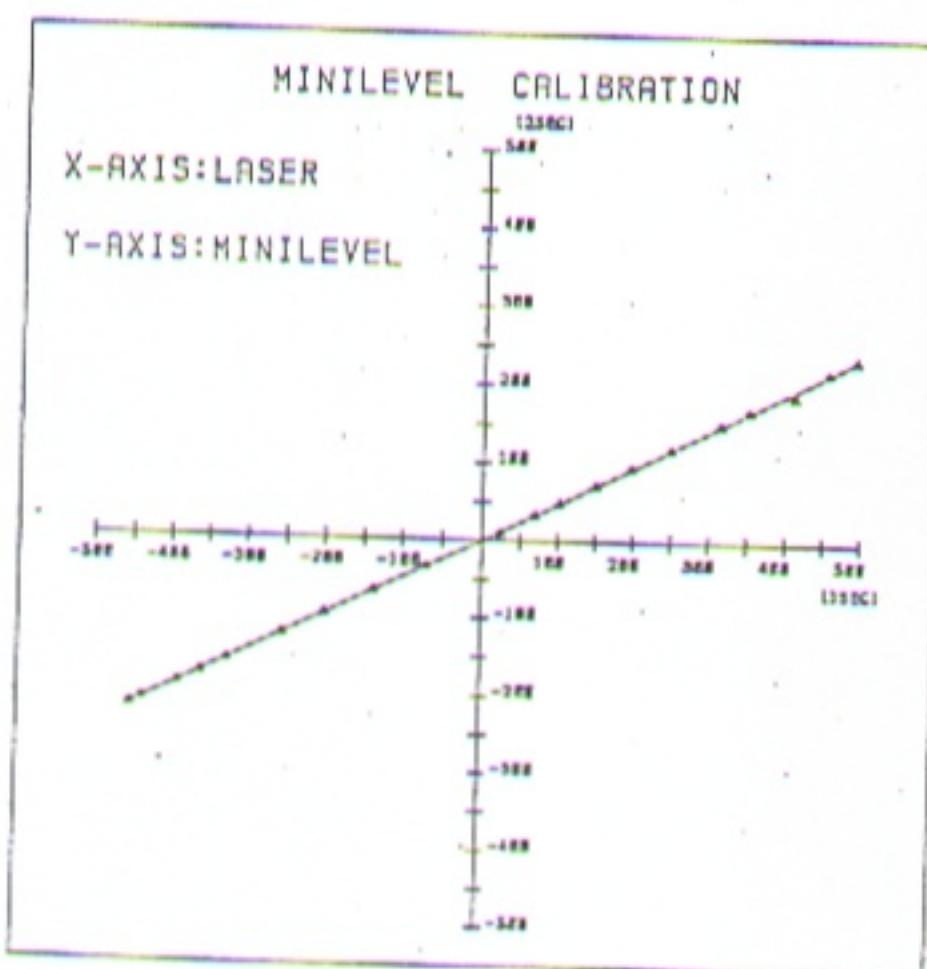


圖 4-2b 精度 2 sec

## § 4.2 A/D 轉換卡校驗

由於電子水平儀輸出是類比訊號（電壓），須經由 A/D 轉換卡的轉換後以數值訊號輸入微電腦中；在此採用的 A/D 卡是購自市面的 ADALAB. 成品，具有雙極性。首先以電源供應器（Power Supply）做輸入求出與 A/D 轉換後的讀數關係（圖 4-3），在此，1V. 相當於 A/D 的 2047 個讀數，經由 Curve fitting 配出一條直線，餘數平方和（Residual Sum. of Square） $R.S.S = 4.472$ ，顯示線性度非常良好，只做小範圍的校正是因為水平儀在做平抬檢驗時輸出的訊號必在此區間。圖 4-4 是以電子水平儀訊號做輸入與 A/D 轉換後的讀數關係，餘數平方和  $R.S.S = 112.32$ ，利用平均讀數的方法，處理此偏差仍可得甚滿意結果，在使用 0.2 sec 的精度時，誤差在 0.4 sec 之內，精度 2 sec 時誤差在 3 sec 之內，此情形仍是可接受的。

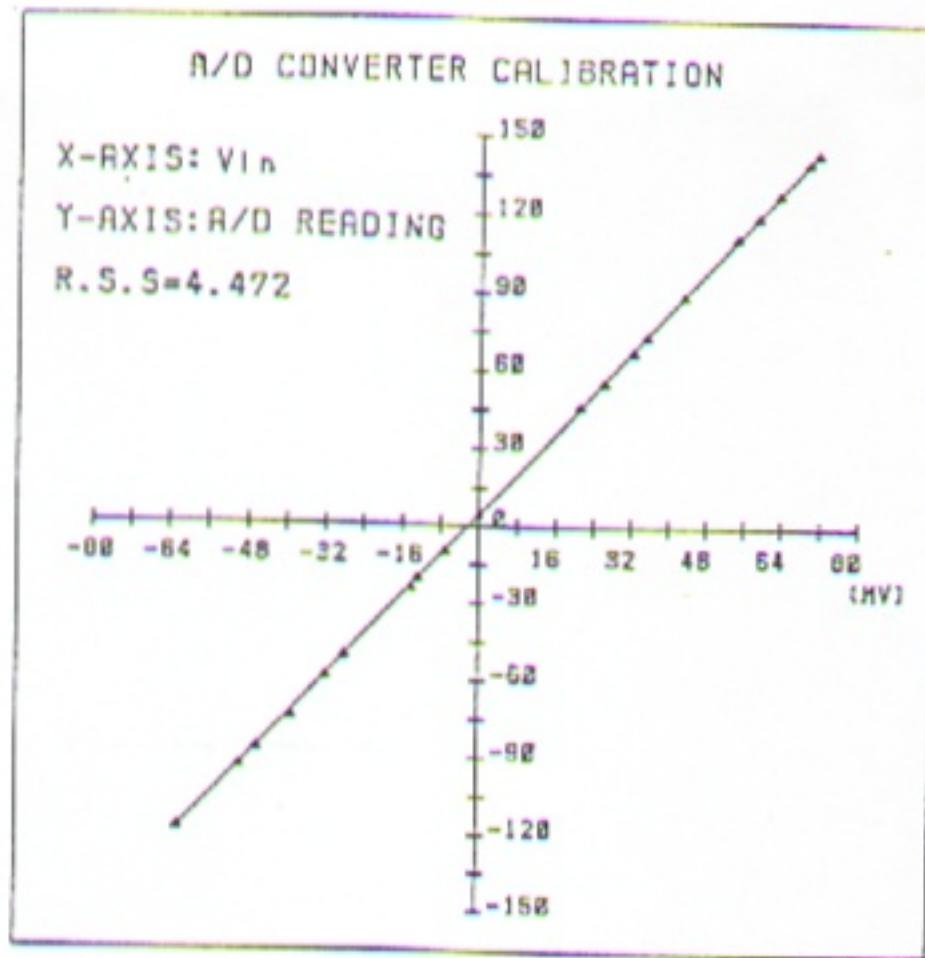


圖 4-3 Vin 輸入與 A/D 讀數之關係

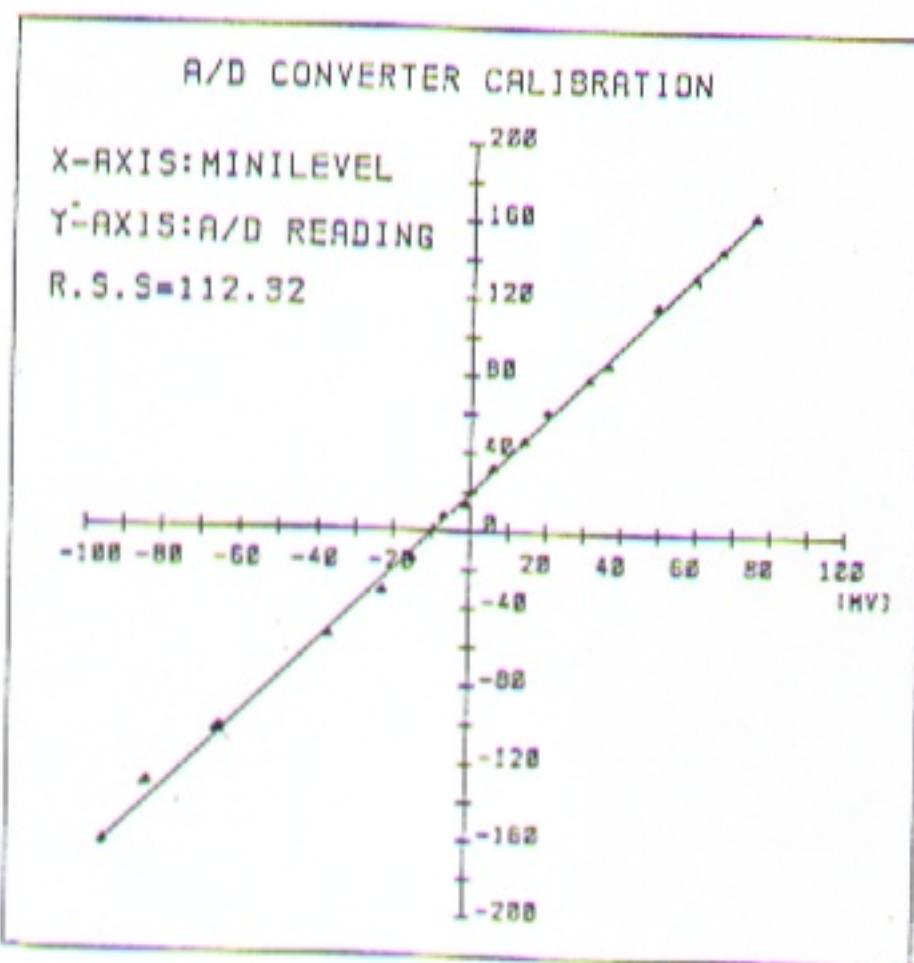


圖 4-4 水平儀輸入與 A/D 讀數之關係

### § 4.3 平抬的處理

在量測前，必須保持平抬於概略水平的情況，並且用沒有腐蝕性易揮發的清潔液（例如酒精）擦拭平抬，使表面保持乾淨；因若有水分滲入平抬表面的細孔，將造成表面形狀的改變〔12〕。同時，必須讓平抬裏外溫度維持在室溫，因為溫度差或平抬內部的溫度不均將致使平抬有顯著的熱變形產生〔13〕；所以平抬由一環境移至另一環境做檢驗工作時必須有一段浸泡時間（Soak Time），以保持平抬裏外溫度均一再執行檢驗的工作。依據 F S 的規範，浸泡時間估算如（4.1）

$$\text{矩形平抬浸泡時間 } T = K \cdot \frac{16.2}{\frac{1}{L} + \frac{1}{W} + \frac{1}{H}} \quad \text{hr.} \quad (4.1a)$$

$$\text{圓形平抬浸泡時間 } T = K \cdot \frac{8.1}{\frac{1}{2H} + \frac{1}{D}} \quad \text{hr.} \quad (4.1b)$$

L：平抬的長度（ft）

W：平抬的寬度（ft）

H：平抬的厚度（ft）

D : 平抬的直徑 ( ft )

K : 乘數

K 值由圖 4-4 來決定。

\*  $T_1$  : 未浸泡前平抬的溫度,  $^{\circ}\text{F}$

$T_2$  : 量測時平抬的溫度,  $^{\circ}\text{F}$

$\Delta T$  :  $T_2 - T_1$ ,  $^{\circ}\text{F}$

RTO : 希望平抬與室溫最後的溫差值,  $^{\circ}\text{F}$

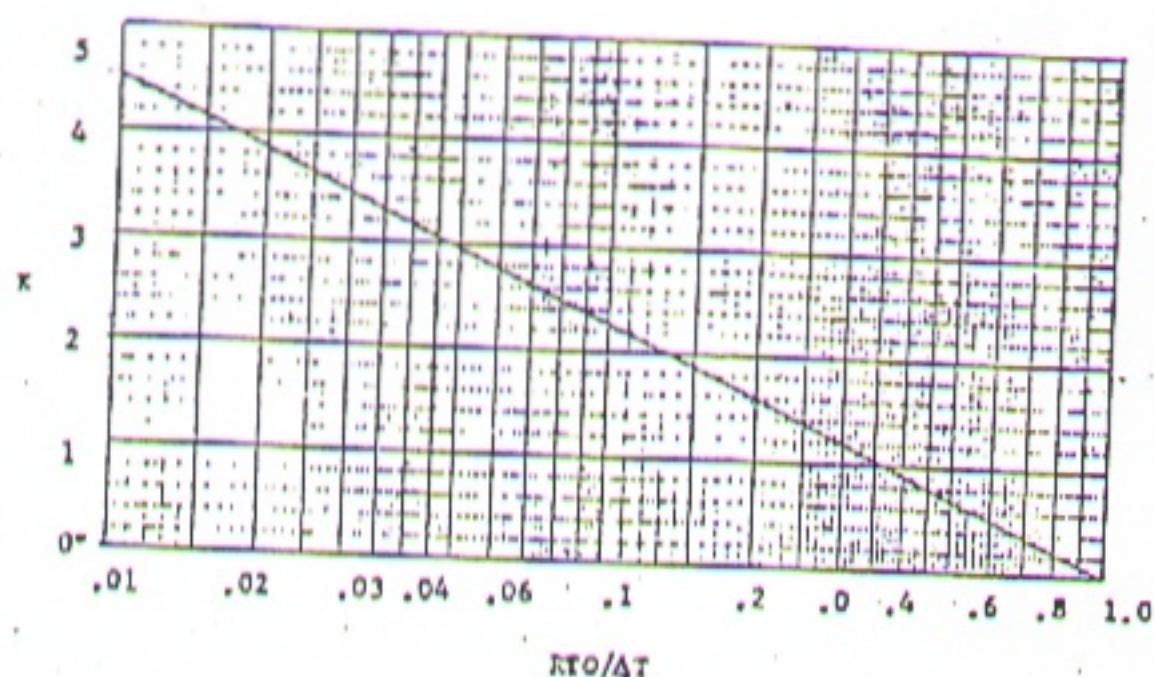


圖 4-5 K 值與 RTO/ $\Delta T$  之關係

## 第五章 平面度檢驗

### § 5.1 取樣順序

在第一章提到檢驗平抬平面度，分割的方式有方格型及米字形；各測定點的間距必須等於電子水平儀兩腳的中心距，各測定線的長度是此間距的整數倍；各測定線的檢驗順序如圖 5-1 所示，圖 5-2 為量測系統配置圖。

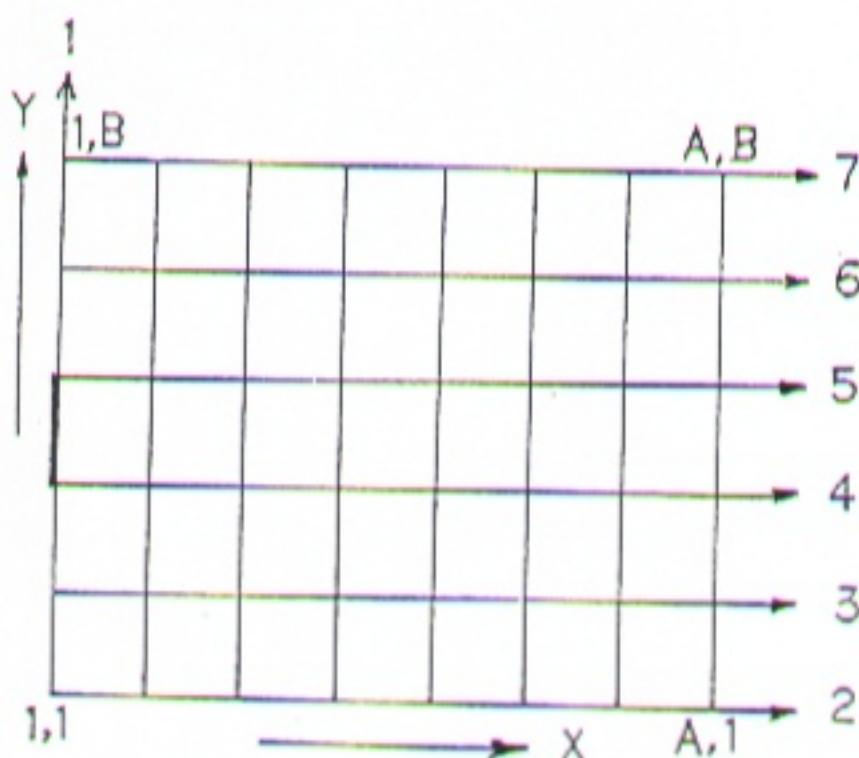


圖 5-1 a 方格型的檢驗順序

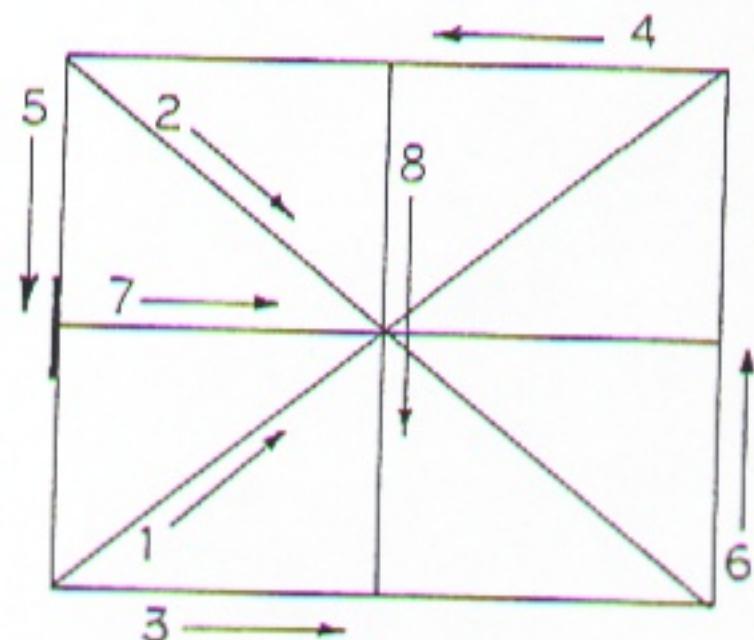


圖 5-1 b 米字型的檢驗順序

通常以直角座標中  $X - Y$  平面式表平抬面，而  $Z$  方向代表測定點的高度；設每一測定點的座標為  $(i, j)$   $i = 1$

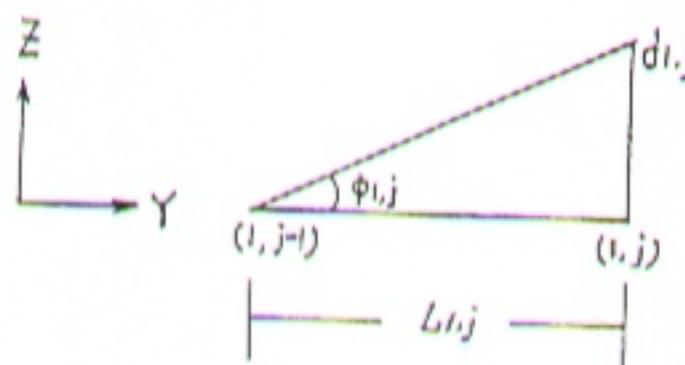
$\sim A$ ,  $j = 1 \sim B$ , A 是 X 方向的測定點數, B 是 Y 方向的測定點數, 總測定點數是  $A \times B$ 。以 (1, 1) 位置定為高度參考點或原點高度值為 0。

對方格型的分割而言, 先從 Y 方向量起, 得到第一條測定線的高度  $Z_{1,j}$ ,  $j = 1 \sim B$ , 在此, 水平儀量到的讀數是兩測定點之間的角度差, 經由三角幾何關係轉換為高度值, 過程如下:

$L_{1,j}$ : 點 (1,  $j-1$ ) 與點 (1,  $j$ ) 之間的距離

$\phi_{1,j}$ : 點 (1,  $j-1$ ) 與點 (1,  $j$ ) 的角度差

$d_{1,j}$ : 點 (1,  $j-1$ ) 與點 (1,  $j$ ) 的高度差



$$d_{1,j} = L_{1,j} \tan \phi_{1,j} \approx L_{1,j} \phi_{1,j} \quad (5.1)$$

從 (5.1) 式只求到兩點間的高度差, 各測定點與原點的高度差, 必須做高度累加由 (5.2) 式表示。

$$Z_{1,j} = \sum_{i=1}^j d_{1,i} \quad j = 1 \sim B \quad (5.2)$$

完成第一條測定線的測定工作後，以此軸線當參考軸，做X方向的量測；與Y方向相同的原理，在此以(5.3)式表示X方向各測定點與原點的高度關係。

$$Z_{1,i} = Z_{1,1} + \sum_{j=2}^i d_{1,j} \quad i = 1 \sim A, j = 1 \sim B \quad (5.3)$$

米字型的計算方法在3.3節已有詳細說明，由角度差換算為高度差的過程與(5.1)及(5.2)式相同。

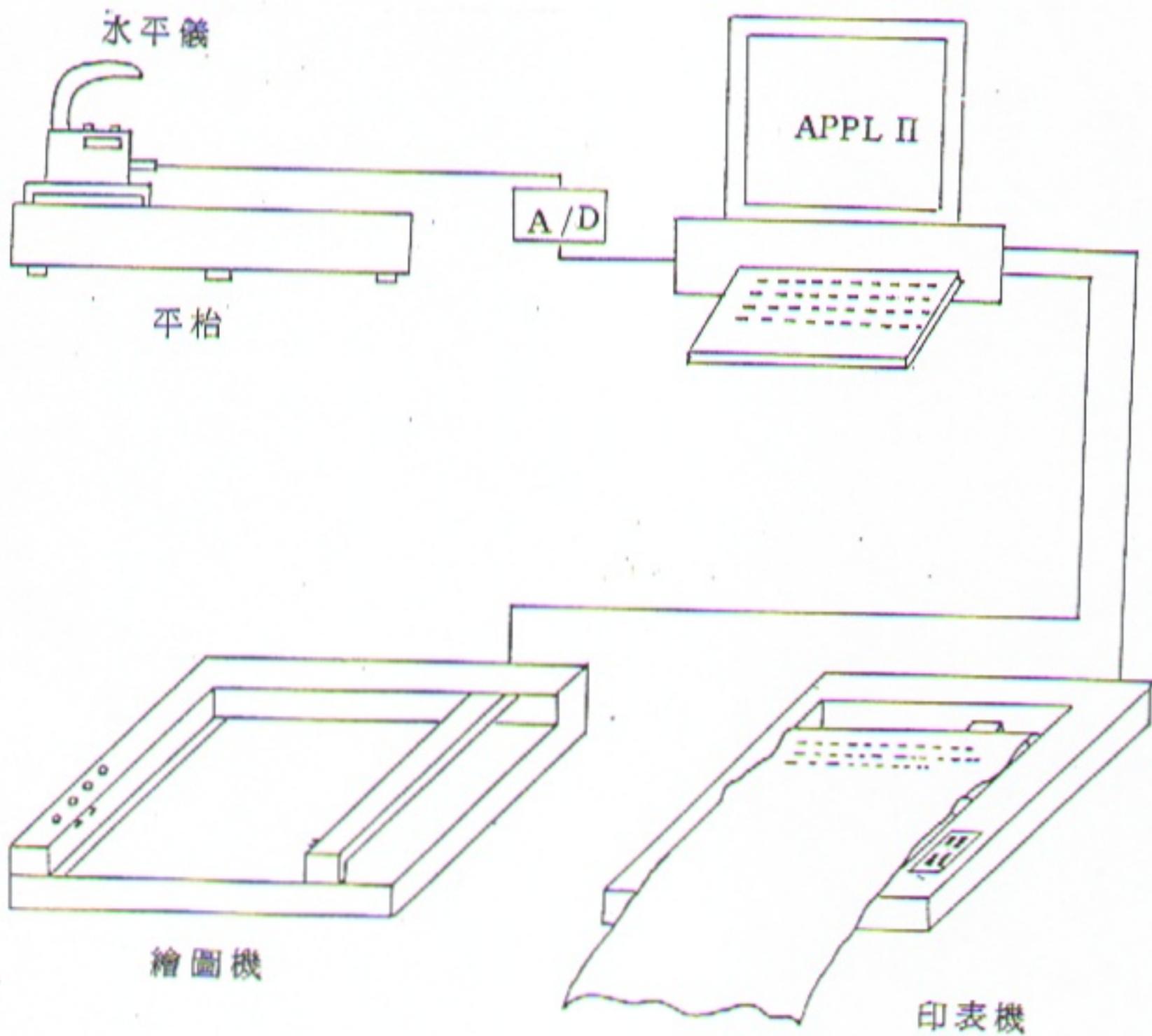


圖 5-2 實驗的配置

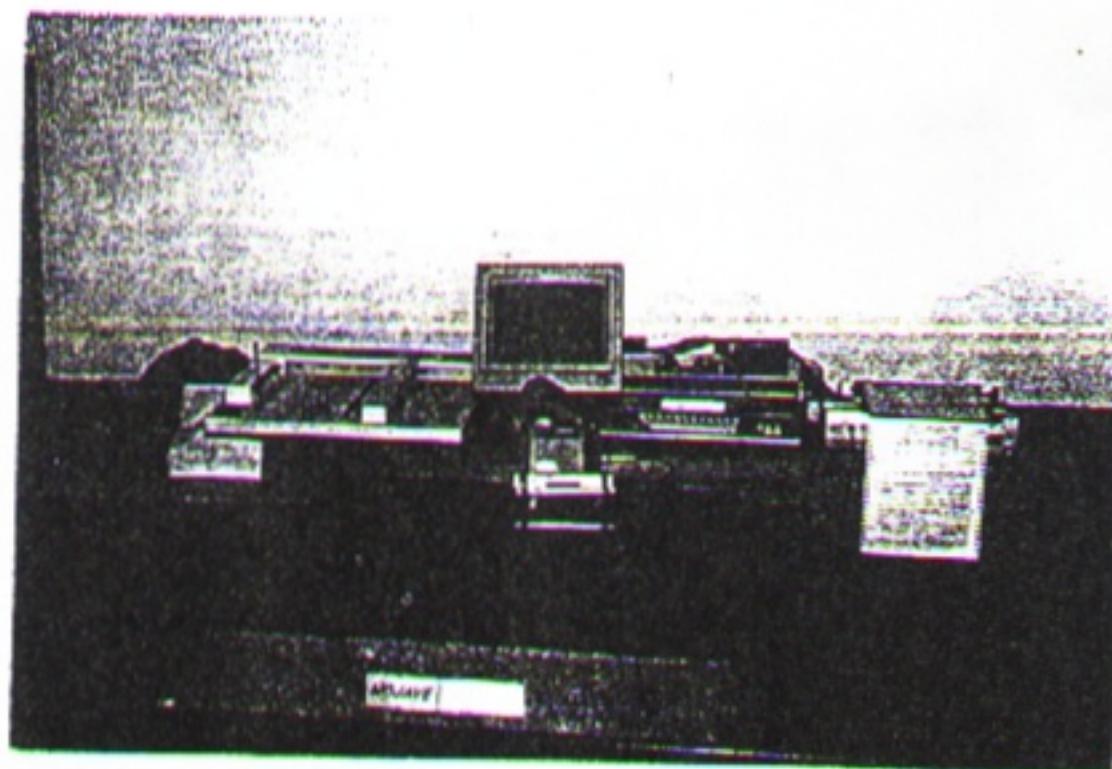


圖 5 - 2 a 實驗的配置

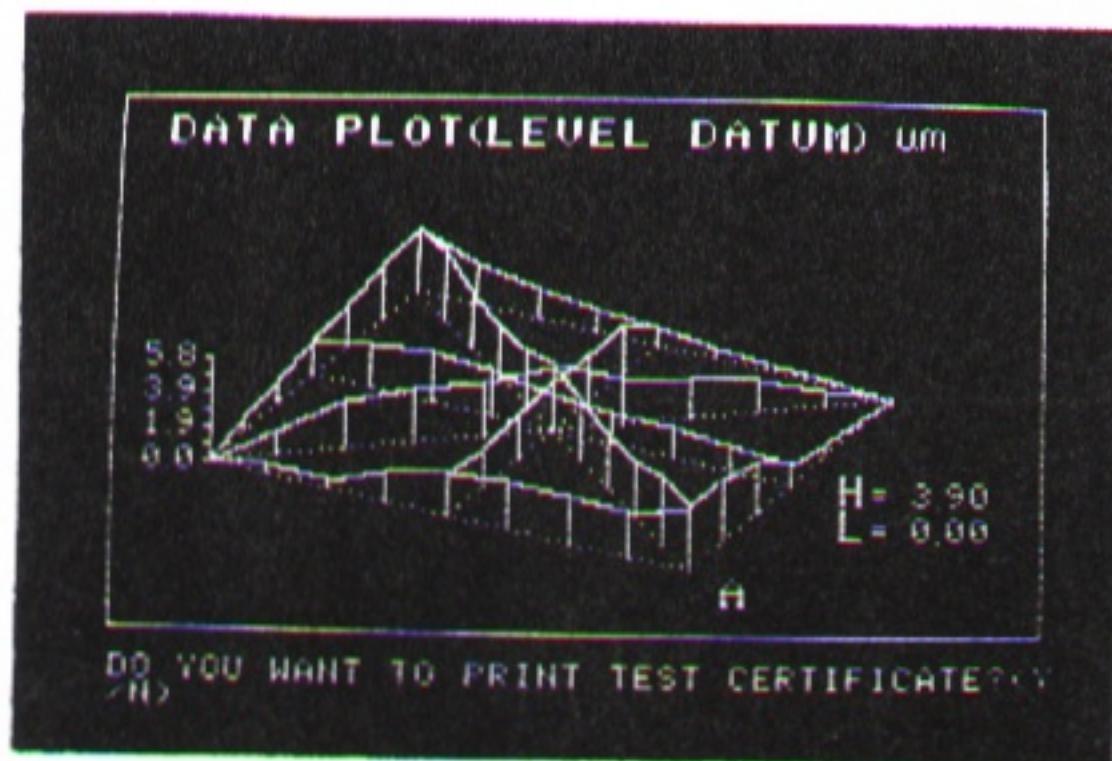


圖 5 - 2 b 米字型運算後之結果顯示

## § 5.2 自動取樣 ( Auto-Sampling )

為了能迅速取得數據，並節省人力與時間所以採用自動取樣的方式來執行取樣的工作。在執行取樣工作之前，須先將電子水平儀歸零，歸零的工作見圖 5-3 所示，即在同一選定的位置，做相差  $180^\circ$  的量測，其正反兩向的絕對角度差愈小愈好，本實驗限制在 1 sec 之內。

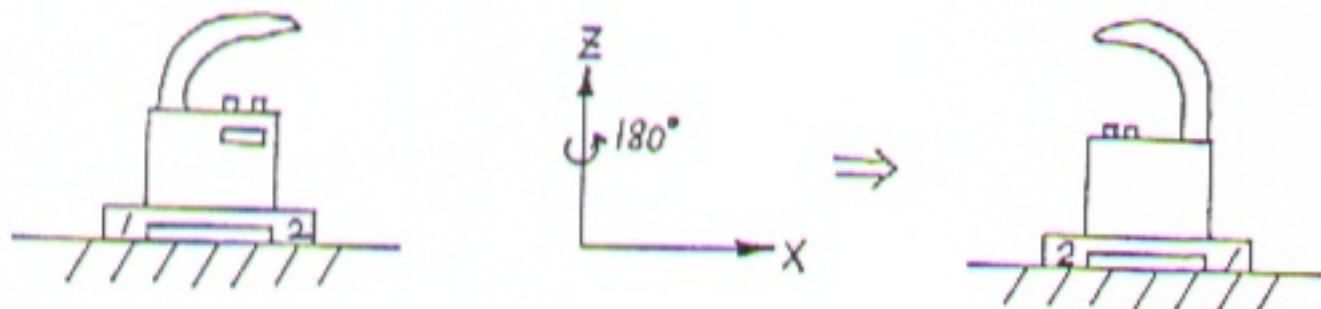


圖 5-3 電子水平儀歸零操作

### 5.2.1 觸發開始取樣

當移動或變換水平儀的位置時，會有暫態的訊號輸出，此暫態訊號變動非常大；由程式中的軟體做判斷，觸發開始取樣的工作，水平儀移至定點後，由於水平儀內部阻尼力 ( Damping Force ) 的作用，訊號會逐漸穩定下來，取了某個數量的連續讀數都不超過穩定範圍時，此讀數即為所要的訊號，示意圖 5-4。

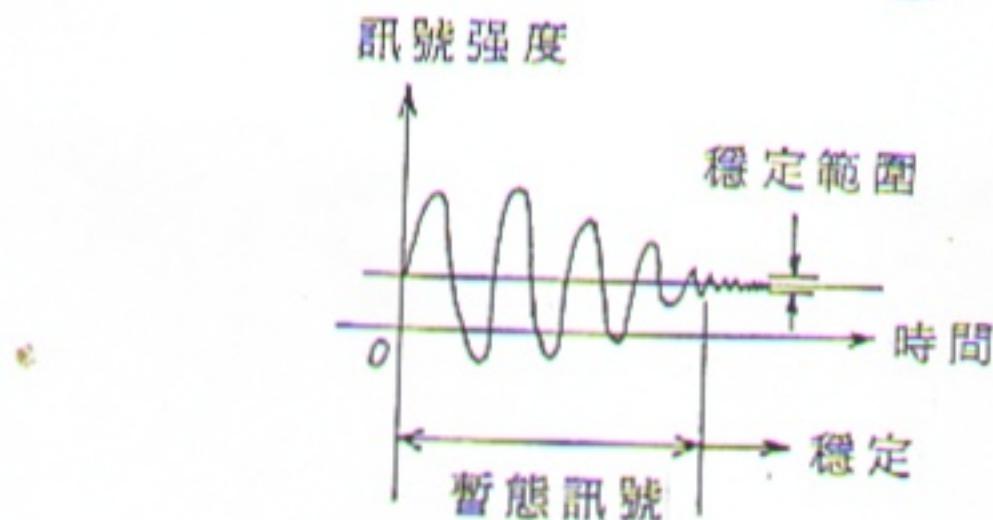


圖 5-4 訊號變動示意

穩定範圍的設定，可依水平儀的解析度而做適宜的設定，解析度愈高，暫態訊號期愈長，取樣的速率稍微緩慢。

### 5.2.2 雜訊的處理

由於在量測過程中，不免有外來雜訊的影響，例如車輛的經過或是工廠內機器的運轉，都可能使雜訊的產生，而使輸出訊號跳動或失真（Distortion），在此採取兩種方法來克服。

(a) 一般而言輸入的訊號會做正弦波形的跳動，為了避免取到暫態的訊號以及過濾雜訊，採用不等間隔時間截取數據，例如間隔時間為  $0.1 \sim 0.4$  sec，截取了 5 個數據而且差值都在穩定範圍內，再取其平均數，可得較精確的讀數，經實驗的結果，讀數的誤差值約為解析度的一半以下，例如解析度在 0.2 sec 時誤差在 0.1 sec 以下，解析度 2 sec

時誤差在 1 sec 以下。

(b) 在振動的環境下執行量測工作時，處理的方式為使用兩支電子水平儀來做數據的截取，其中一支固定於平台上當參考訊號，另一支在各測定點取數據〔8〕，然後取兩者的讀數差做為截取的數據，因為兩支水平儀都在平台上，所以取其相對訊號是與外來的振動無關。設置如圖 5-5 所示。

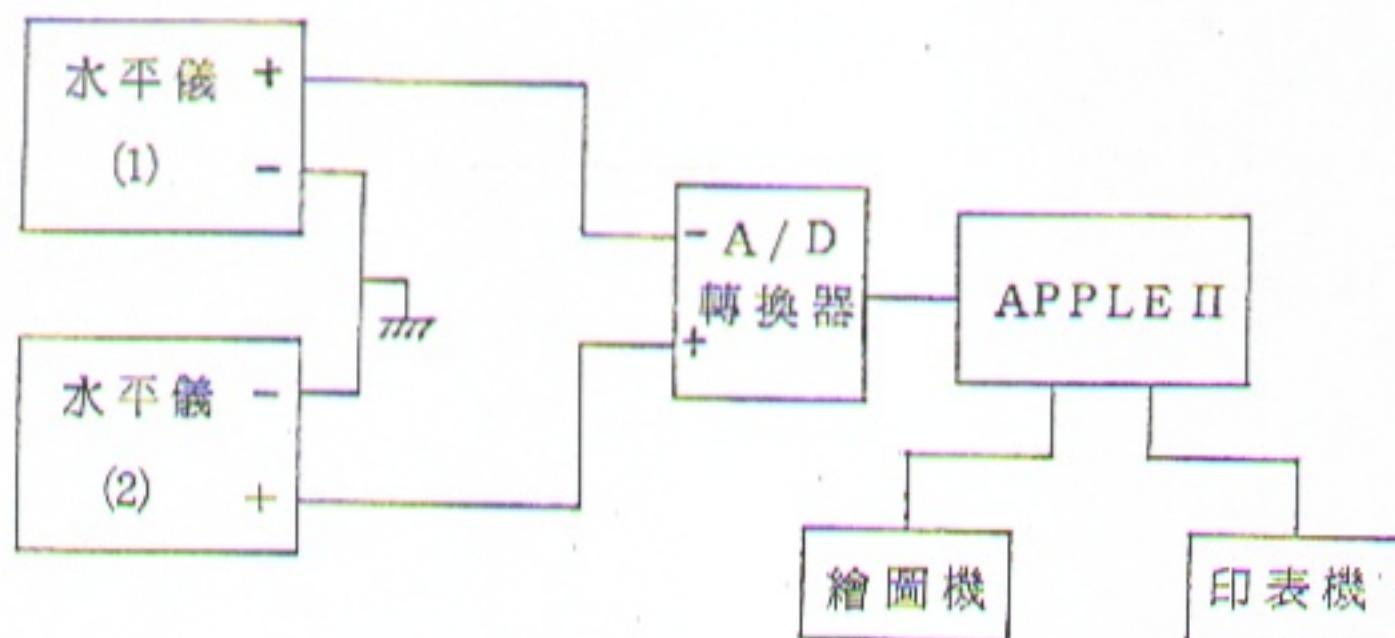


圖 5-5 在振動的情形下使用兩支水平儀的配置

自動取樣系統的操作過程，由圖 5-6 所示的流程圖說明之。

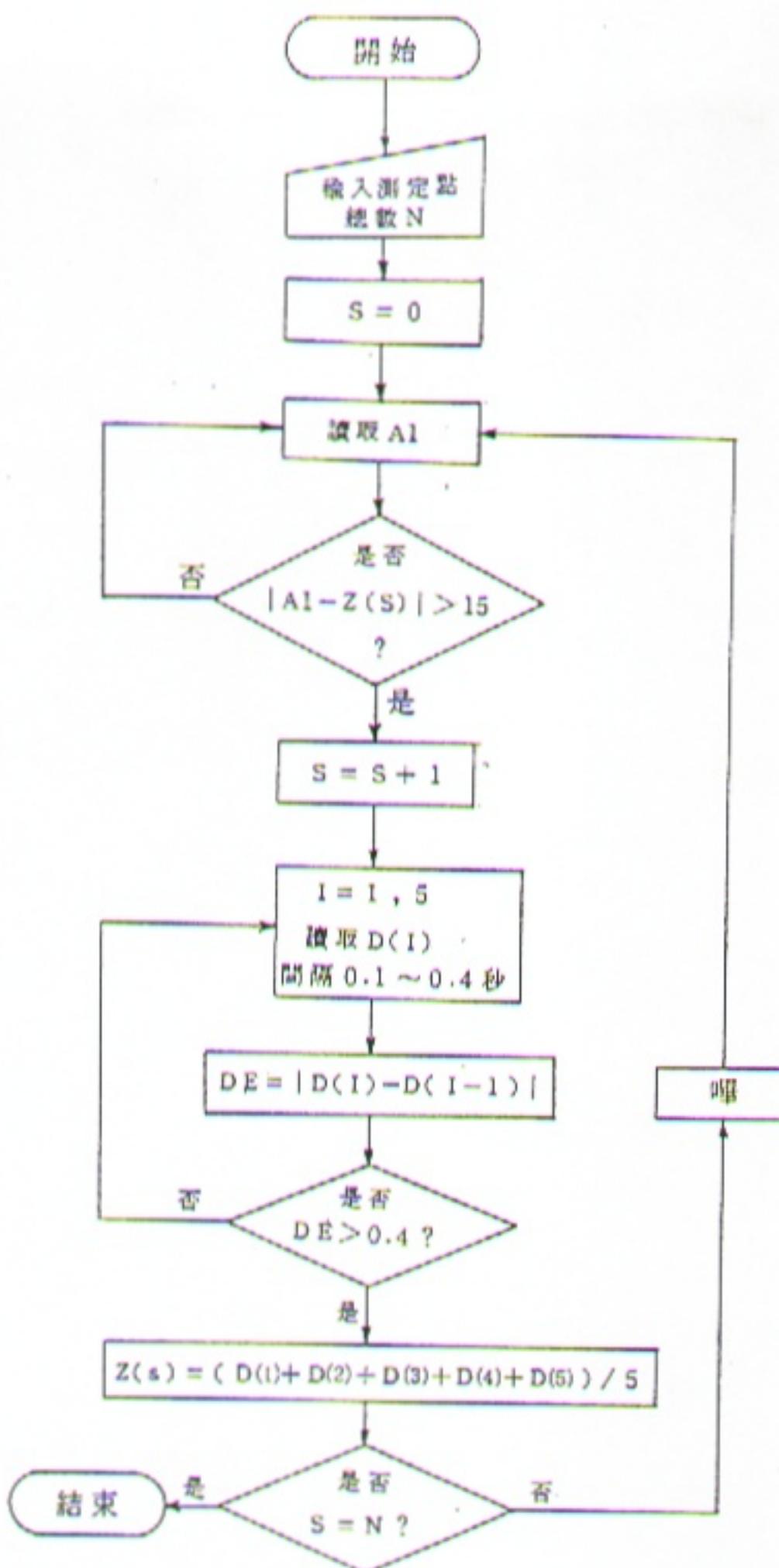


圖 5-6 自動取樣流程

### § 5.3 檢測例題

本實驗使用的平抬是美國 MOJAVE 公司， $900 \times 600\text{ mm}$  的花岡石平抬，等級屬 FS GGG-P-463C A 級平抬，在此分別採用方格型分割及米字型分割做檢測。

例題一是採用方格型分割，70 個測定點，經 MINMAX2 分析後的結果，參見圖 5-7a，圖 5-7b。屬 BS 規範中第 1 級，却符合 CNS 中 0 級平抬（參見圖 5-8），因為 CNS 中沒有局部誤差的規定。

圖 5-9 是以例題一的數據，經由最小平方法（L.S.Q.）分析後的結果，平面誤差為  $4.44\mu\text{m}$  顯然與“MINMAX2”分析法有差異。“MINMAX2”分析後的結果約為最小平方法的 90 %。

圖 5-10 是以相同的平抬，做米字型測定及分析後的結果，局部誤差是  $1.67\mu\text{m}$ ，比方格型分割的  $5.65\mu\text{m}$  小許多，此種測定法不適用最小平方分析法計算。

例題二是取自英國曼徹斯特科技大學（UMIST）〔8〕的數據，平抬尺寸也是  $900 \times 600\text{ mm}$ ，利用 MINMAX2 分析後的結果，參見圖 5-11。

圖 5-12，圖 5-13，是方格型分割，利用 MINMAX2 分析後分別以 BS（圖 5-12），CNS（圖 5-13）的標準列印

出來的檢驗證書。圖 5-14 是經由 L. SQ 運算後以 BS 標準列印出來的檢驗證書。圖 5-15 是以米字型分割，運算後以 BS 標準列印出來的檢驗證書。

表 3 是 MINMAX2 與 L. SQ. 分析法的結果比較，並列有 BS 與 CNS 所對應的等級。

表 3 MINMAX2 與 L. SQ. 之比較

PLATE METHOD	NTU	UMIST
L. SQ.	4.44	9.22
MINMAX2	4.06	8.75
GRADE (BS/CNS)	(1/0)	(1/1)
LOCAL ER.	5.65	4.12

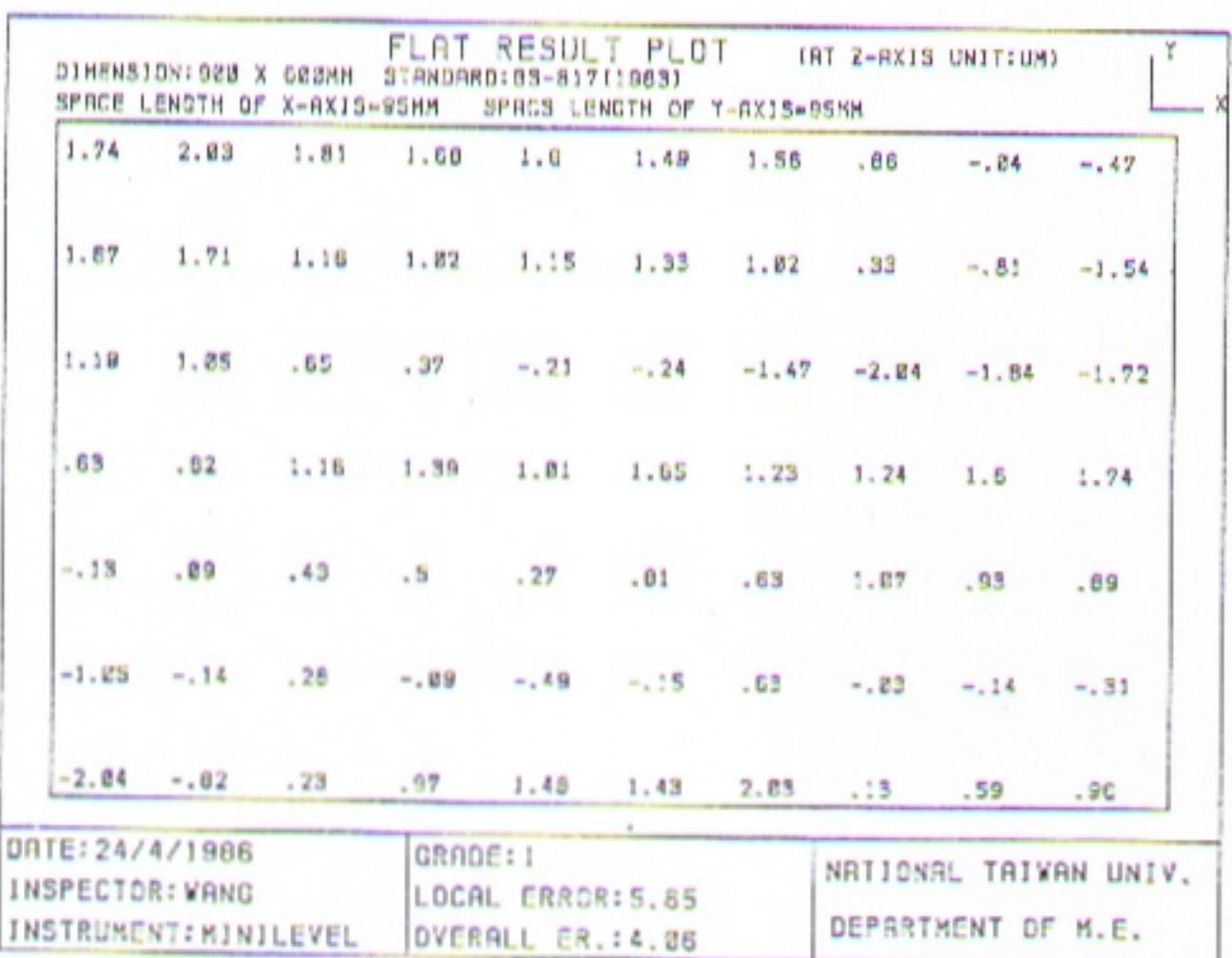
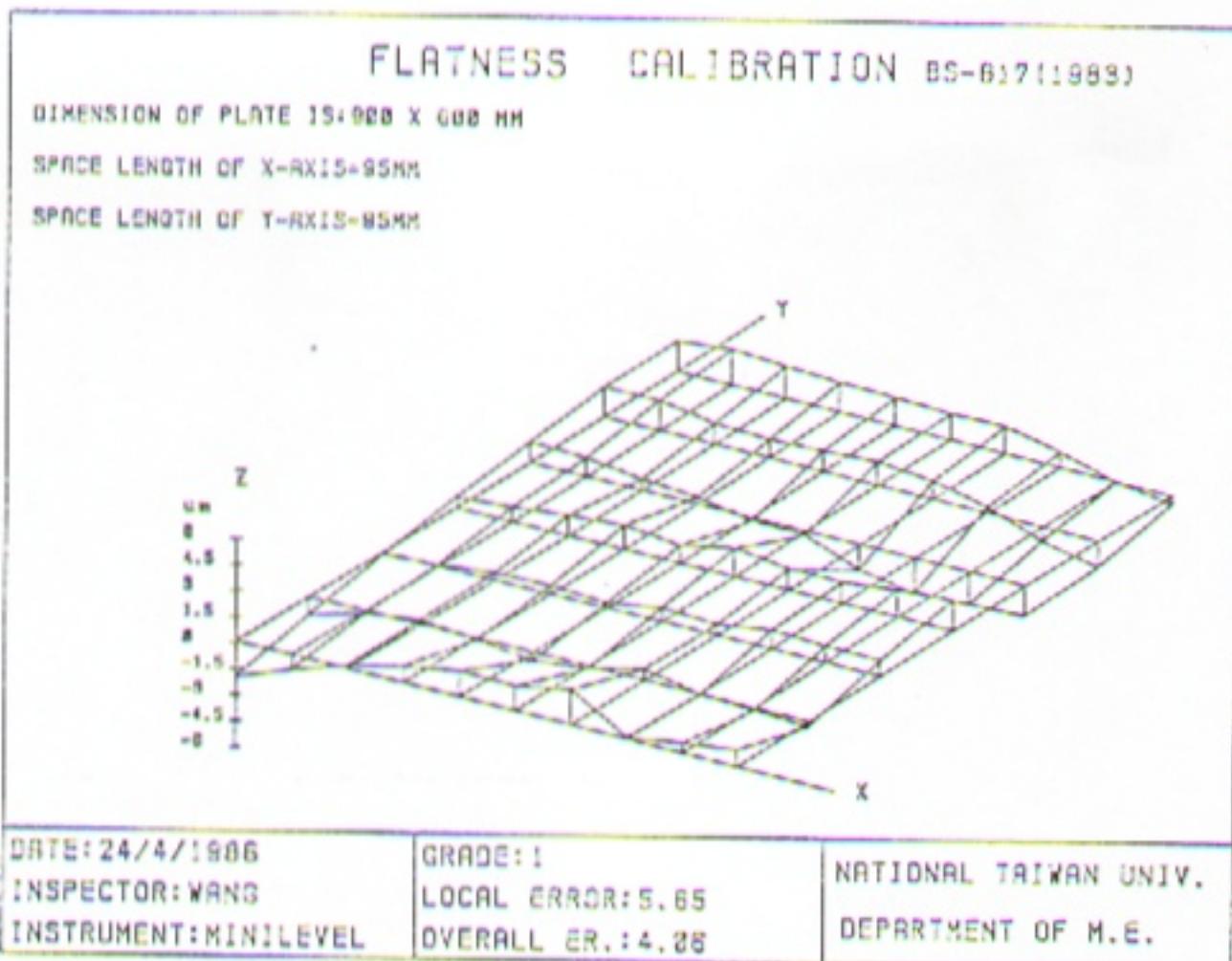


圖 5 - 7 檢測例題一，MINMAX2 分析後之結果  
(BS 標準)

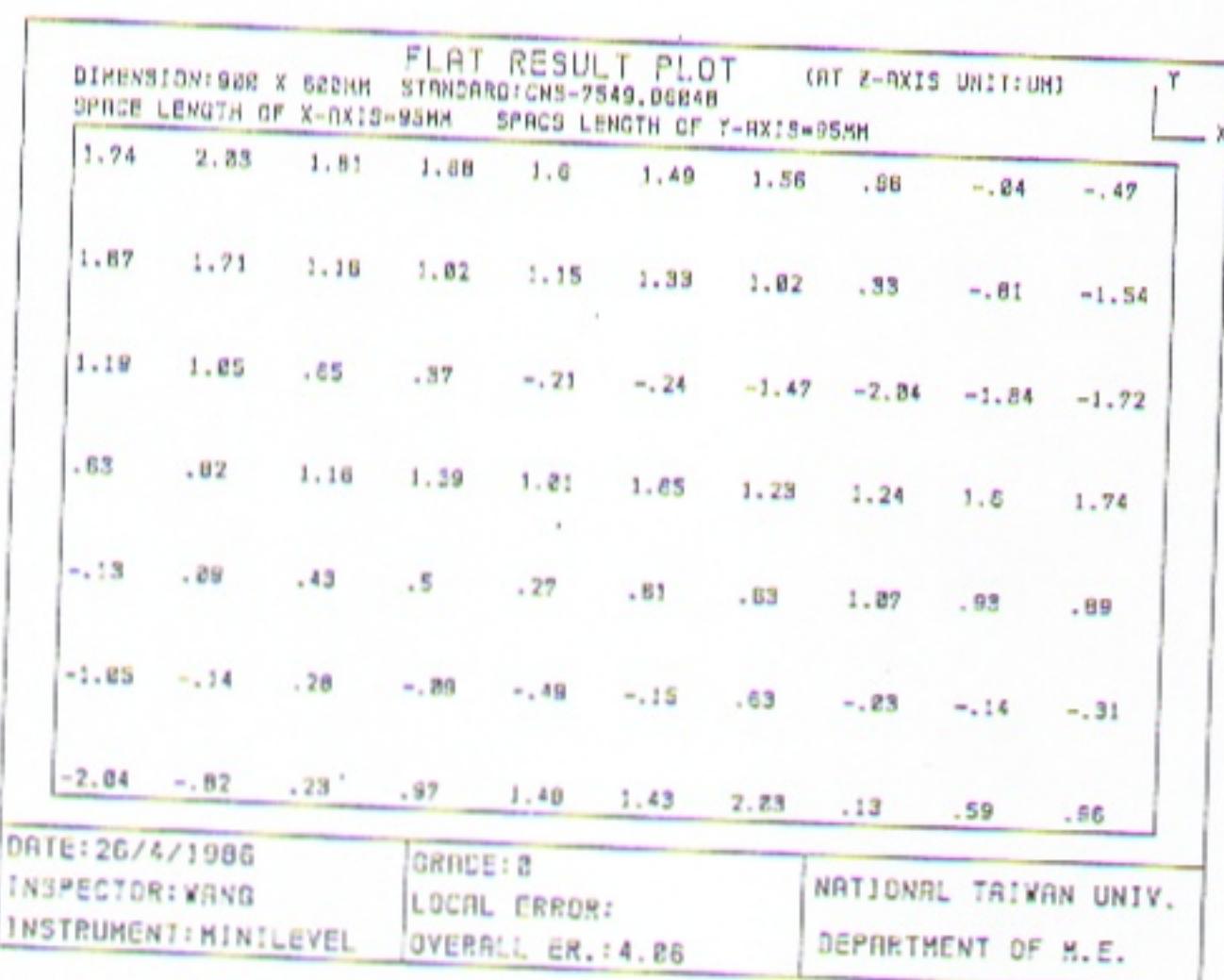
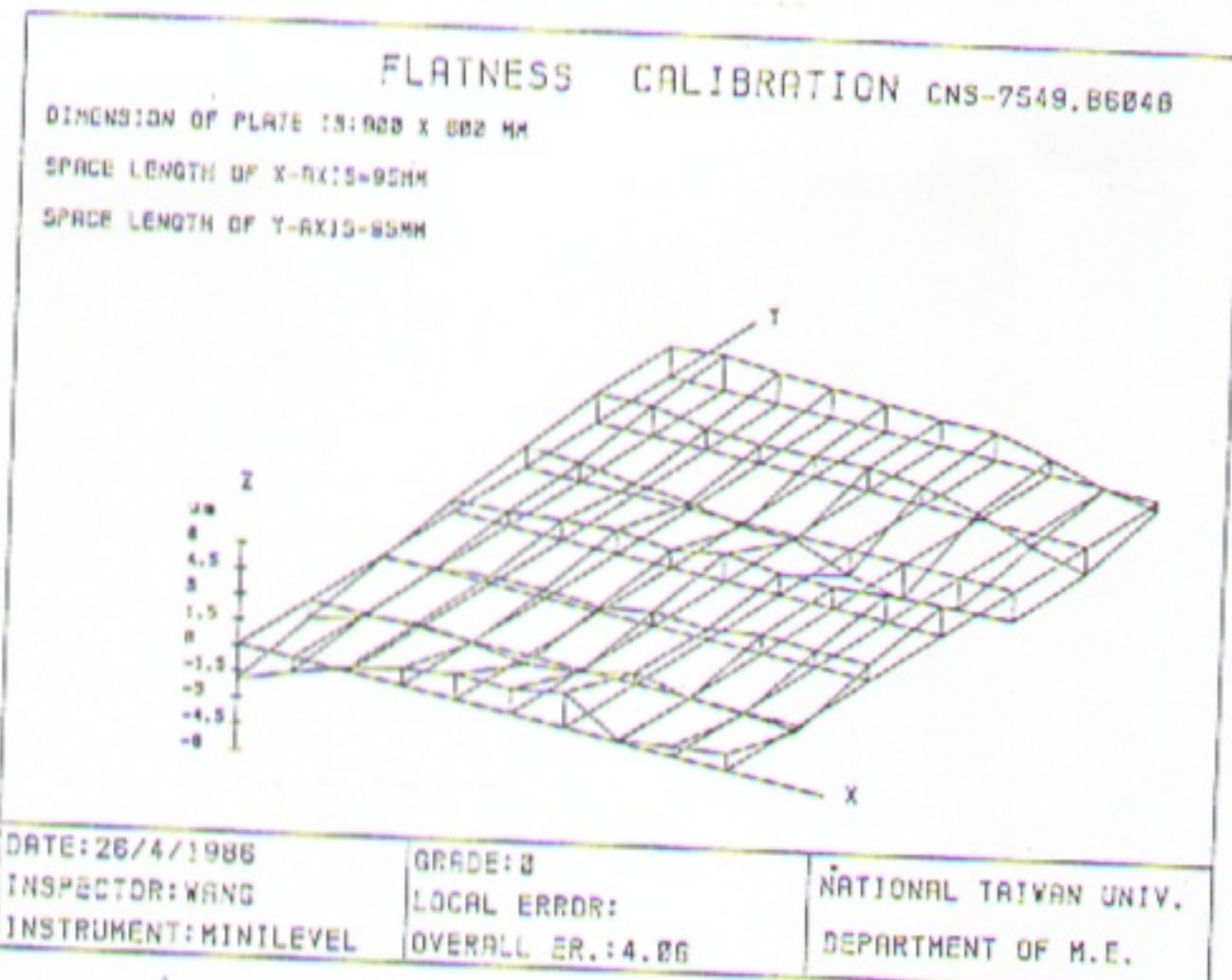


圖 5-8 檢測例題一，MINMAX2 分析後之結果  
 (CNS 標準)

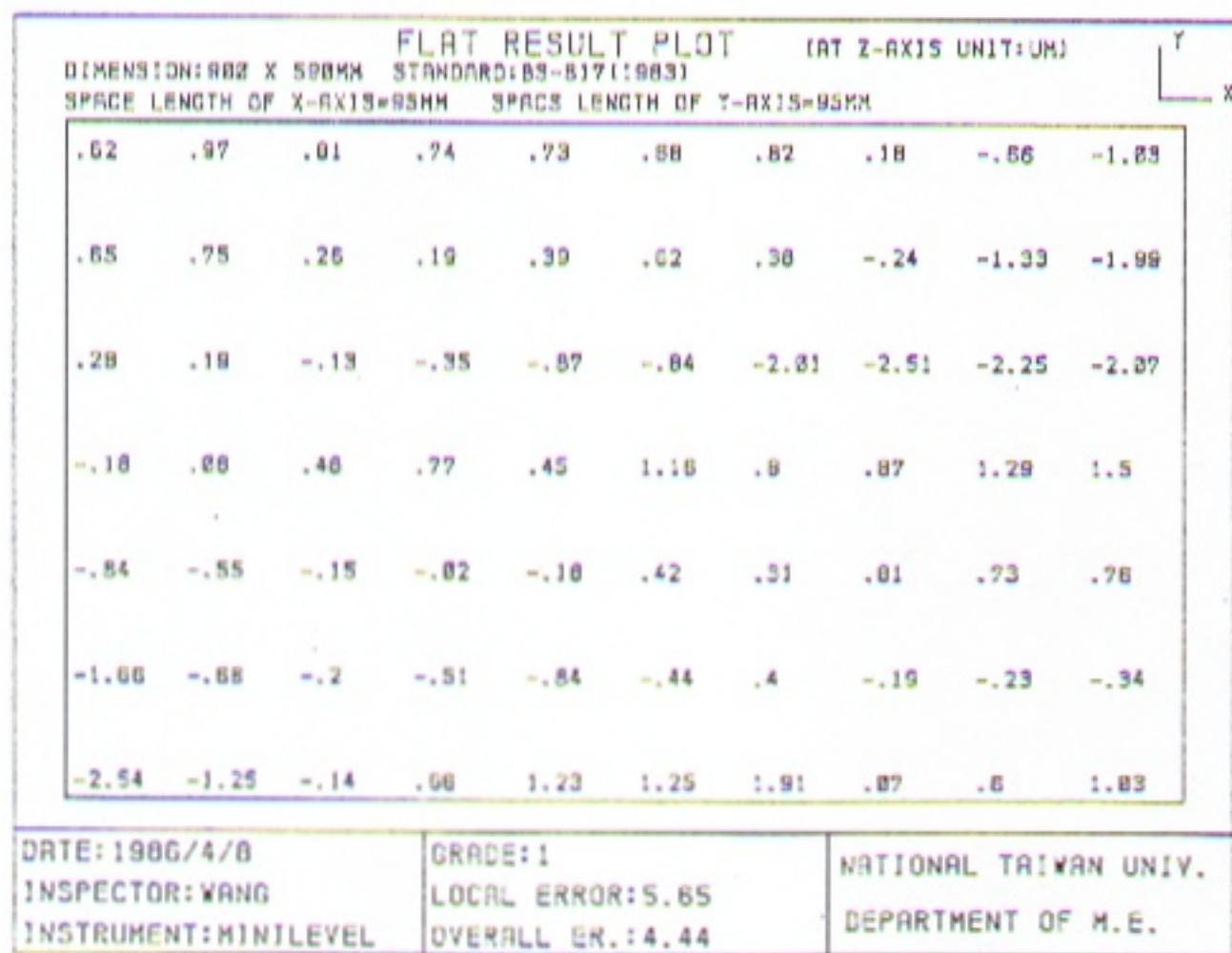
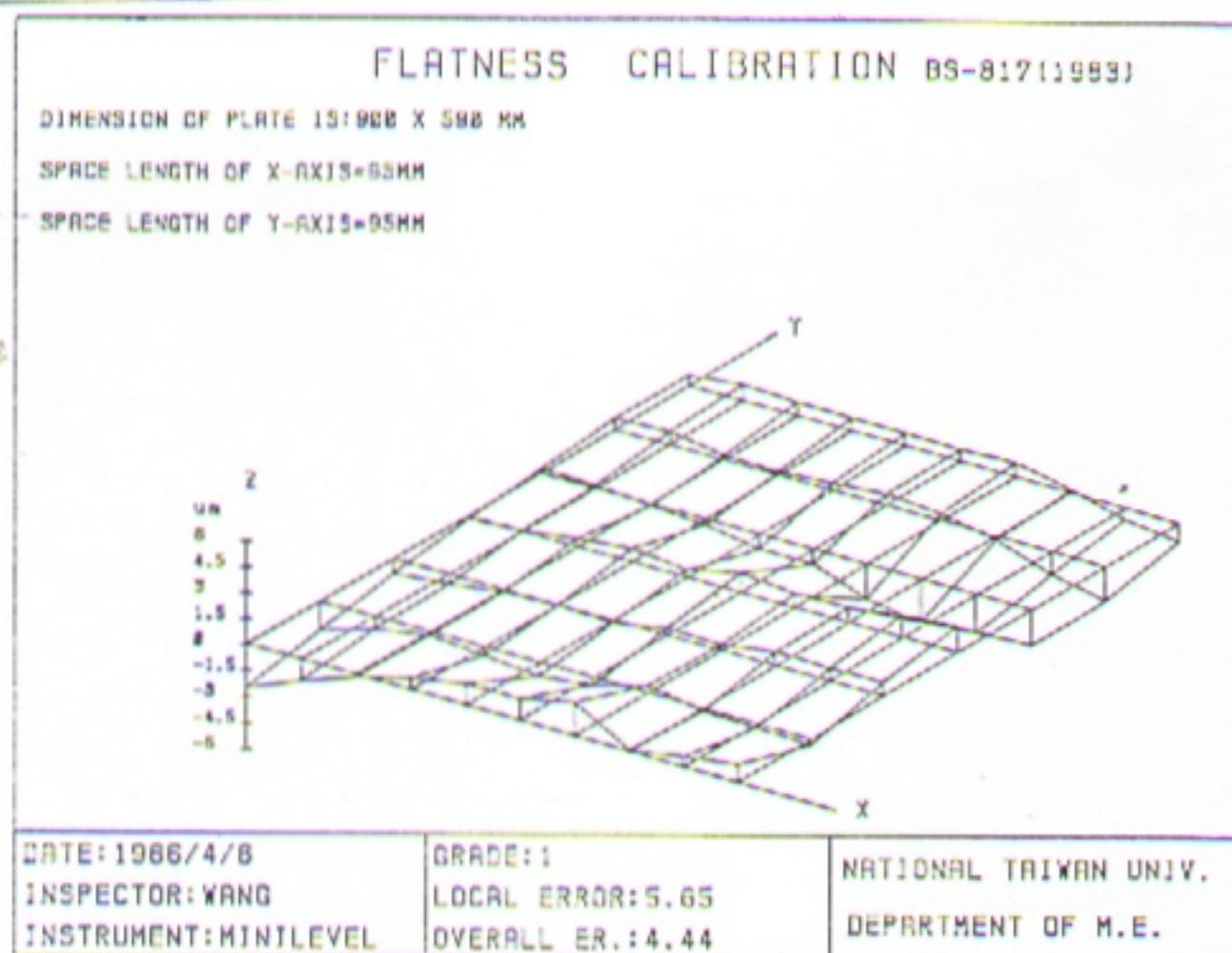
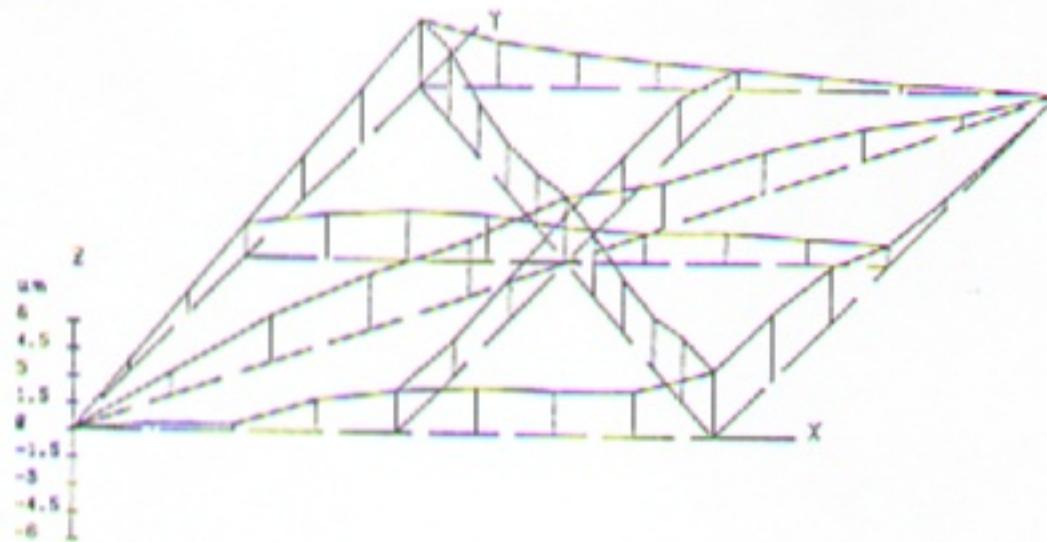


圖 5-9 例題一，L.SQ. 分析後的結果

FLATNESS CALIBRATION a.s.817(1983)  
 DIMENSION OF PLATE = 922 X 600 MM  
 SPACE LENGTH = 95 MM  
 CLOSURE ERROR : 1.74



DATE: 28/4/86	GRADE: 0	NATIONAL TAIWAN UNIV.
INSPECTOR: WANG	LOCAL ER.: 1.67	DEPARTMENT OF M.E.
INSTRUMENT: MINILEVEL	OVERALL ER.: 3.915	

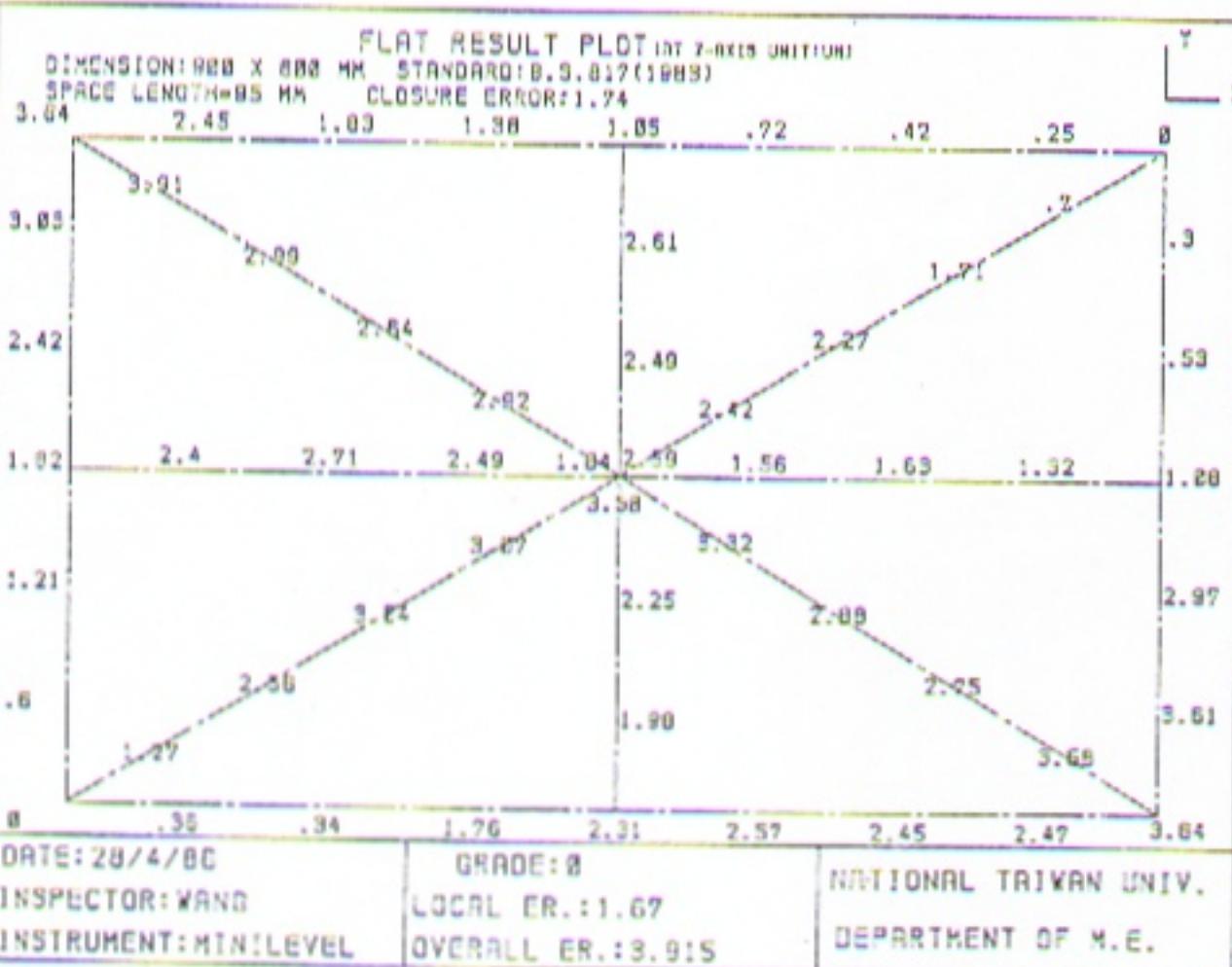


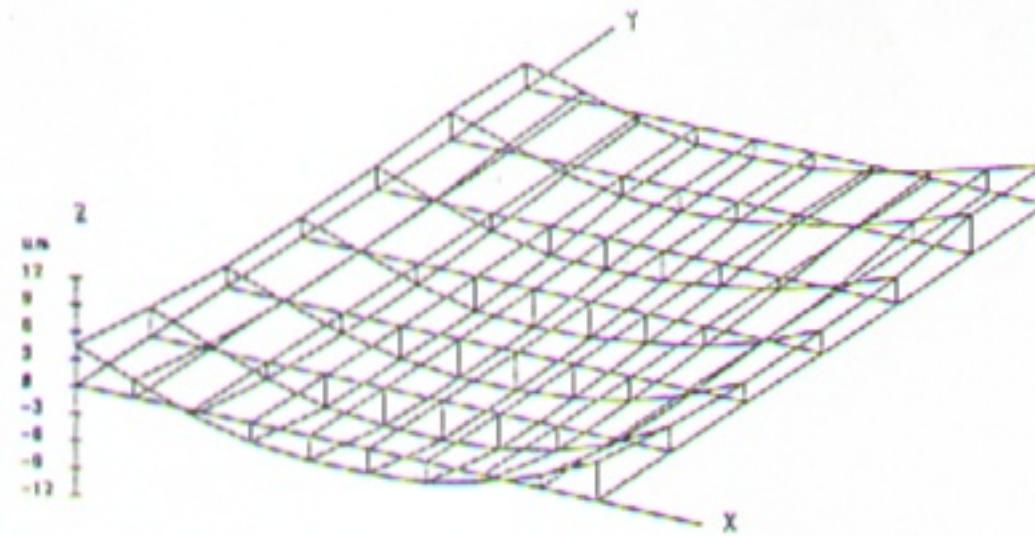
圖 5-10 米字型測定及分析後的結果

# FLATNESS CALIBRATION BS-817(1983)

DIMENSION OF PLATE IS: 900 X 600 MM

SPACE LENGTH OF X-AXIS=100MM

SPACE LENGTH OF Y-AXIS=100MM



DATE: 29/3/86 INSPECTOR: WANG INSTRUMENT: MINILEVEL	GRADE: I LOCAL ERROR: 4.21 OVERALL ER.: 8.75	NATIONAL TAIWAN UNIV. DEPARTMENT OF M.E.
---	--	---

## FLAT RESULT PLOT (AT Z-AXIS UNIT:MM)

DIMENSION: 900 X 600MM STANDARD: BS-817(1983)

SPACE LENGTH OF X-AXIS=100MM SPACE LENGTH OF Y-AXIS=100MM

2.78	1.15	-0.00	-1.95	-2.03	-1.78	-0.60	.01	2.54	4.29
2.03	.9	-1.12	-2.24	-2.54	-2.17	-1.09	.18	2.18	4.37
2.48	.23	-1.84	-3.21	-3.4	-3.28	-2.44	-1.32	.55	2.97
2.29	-.87	-2.24	-3.78	-4.11	-3.92	-3.13	-2.13	-.32	2.53
2.18	-.89	-2.28	-3.61	-4.29	-4.23	-3.66	-2.61	-.67	2.24
3.12	.55	-1.05	-3.59	-4.10	-4.38	-3.92	-2.67	-.59	2.64
4.37	1.87	-.53	-2.26	-2.63	-2.64	-2.21	-.7	1.34	4.37

DATE: 29/3/86 INSPECTOR: WANG INSTRUMENT: MINILEVEL	GRADE: I LOCAL ERROR: 4.21 OVERALL ER.: 8.75	NATIONAL TAIWAN UNIV. DEPARTMENT OF M.E.
---	--	---

圖 5-11 例題二，MINMAX2 分析後的結果

NTU METROLOGY LAB.

Address:

**CALIBRATION CERTIFICATE**

Cert. No.: N007

Date: 24/4/1986

Customer: WANG

Job No.: M009

Size: 900 X 600 MM

Material: GRANITE

Finish: LAPPED

Supports: THREE

Depth: 120MM

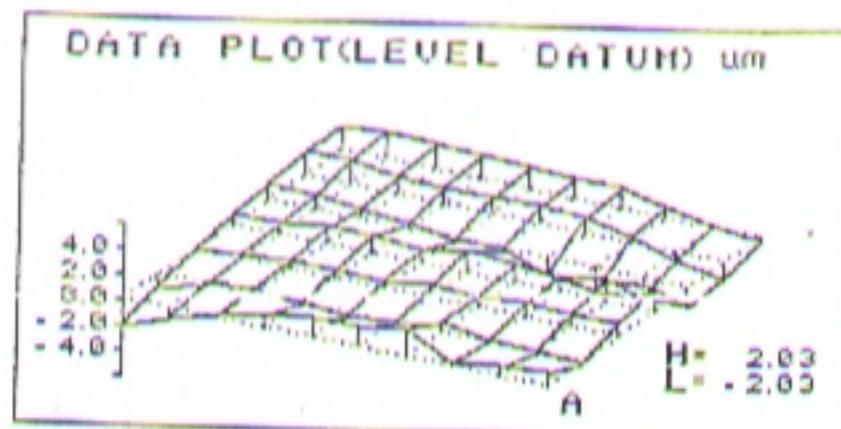
Ribbing: NONE

Unit of Measurement: MM

Space Length: 95MM

Instrument: MINILEVEL

Remarks:



Overall Flatness Error: B.S.817(1983) Tolerance for This Size (um)  
Grade 0=5.2      Grade 1=10.4      Grade 2=20.8

This Table=4.06

Local Flatness Error: B.S.817(1983) Tolerance (um)  
Grade 0= 4      Grade 1= 8      Grade 2= 16

This Table=5.65

GRADE=1

Certified By

圖 5-12 方格型分割的檢驗證書格式 (BS 標準)

NTU METROLOGY LAB.

Address:

CALIBRATION CERTIFICATE

Cert. No.: N007

Date: 26/4/1986

Customer: WANG

Job No.: M006

Size: 900 x 600 MM

Material: GRANITE

Finish: LAPPED

Supports: THREE

Depth: 120MM

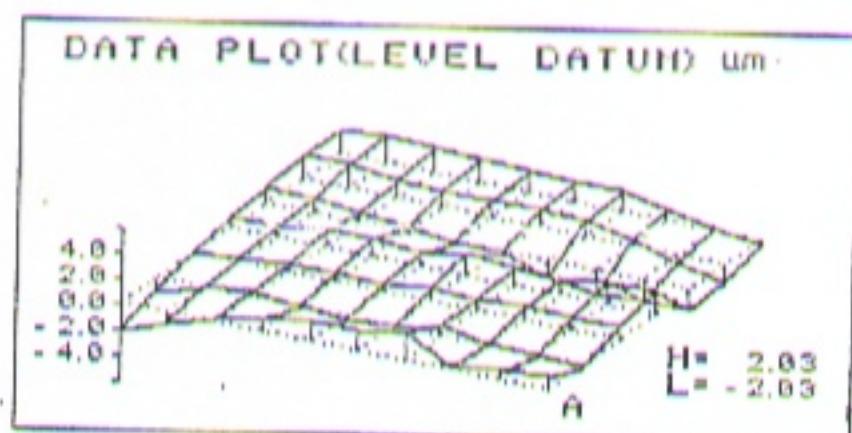
Ribbing: NONE

Unit of Measurement: MM

Space Length: 95MM

Instrument: MINILEVEL

Remarks:



Overall Flatness Errors: CNS-7549, B604B Tolerance for This Size (um)  
Grade 0=6                          Grade 1=11                          Grade 2=22  
This Table=4.06  
GRADE=0  
Certified By

圖 5-13 方格型分割的檢驗證書 (CNS 標準)

NTU METROLOGY LAB.

Address:

CALIBRATION CERTIFICATE

Cert. No.: N007

Customer: WANG

Date: 24/4/1986

Size: 900 X 600 MM

Material: GRANITE

Job No.: M009

Supports: THREE

Depth: 120MM

Finish: LAPPED

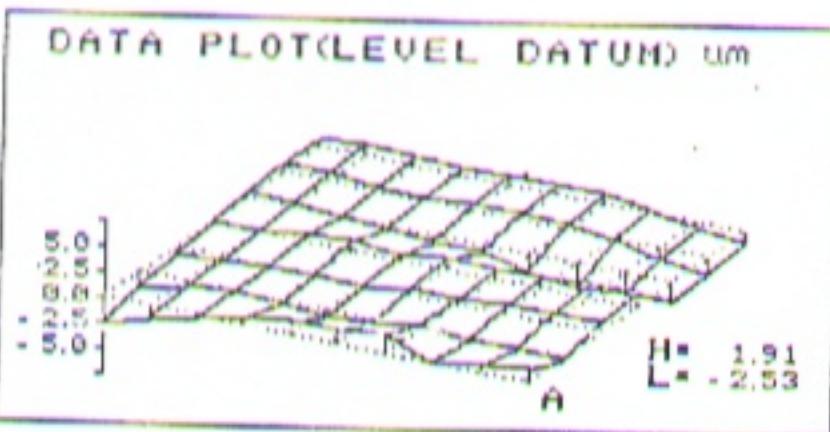
Unit of Measurements: MM

Space Length: 95MM

Ribbing: NONE

Instrument: MINILEVEL

Remarks:



Overall Flatness Error: B.S.B17(1983) Tolerance for This Size (um)  
Grade 0=5.2      Grade 1=10.4      Grade 2=20.8

This Table=4.44

Local Flatness Error: B.S.B17(1983) Tolerance (um)  
Grade 0= 4      Grade 1= 8      Grade 2= 16

This Table=5.65

GRADE=I

Certified By

圖 5-14 方格型分割 L. SQ. 運算後的檢驗證書

NTU METROLOGY LAB.

Address:

**CALIBRATION CERTIFICATE**

Cert. No.:009

Customer:WANG

Date:28/4/86

Size: 900 X 600 MM

Material:GRANITE

Job No.:K005

Supports:THREE

Depth:120MM

Finish:LAPPED

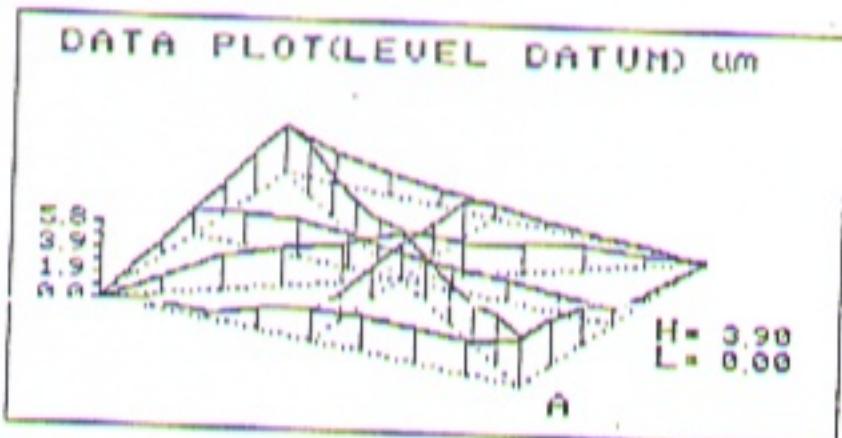
Unit of Measurement:MM

Space Length:95MM

Ribbing:NONE

Instrument:MINILEVEL

Remarks:



Overall Flatness Error: D.S.B17(1983) Tolerance for This Size (um)  
 Grade 0=3.2      Grade 1=10.4      Grade 2=20.8

This Table=3.91

Local Flatness Errors: D.S.B17(1983) Tolerance (um)  
 Grade 0= 4      Grade 1= 8      Grade 2= 16  
 This Table=1.67      Closure Error=1.74  
 GRADE=0

Certified By

圖 5-15 米字型分割的檢驗證書

## 第六章 結論與討論

1. 本文發展成一套具有通用性的平抬平面度線上檢測系統，內含有目前檢驗平面度最通用的分割型式即米字型與方格型。對平抬的製造商或實驗室，或一般工具機床抬的平面度檢驗提供了一快速檢驗設備。
2. 經由實驗的結果利用 MINMAX2 來分析平面度誤差所得的結果約為最小平方法所得結果的 90 %；對製造平抬的工廠而言，利用 MINMAX2 分析法做檢驗平面度工作時，可增加產品的良率。
3. 採用米字型分割所得的結果，對工作平抬局部位置的變化較無法確實評估出來，是因此法遺留相當大的三角區域沒有測定，而方格型分割法較無此缺點。所以採用不同的分割法所得到的局部誤差會有偏差，對平抬等級也有影響。
4. 目前執行平面度精密檢測，所使用的儀器大都為自動瞄準儀或雷射干涉儀，這兩種儀器在做檢測工作時，每一測定線的啓始，都需做對準與歸零的工作，而且必須使反射鏡或檢測器做直線的移動，故需要一直尺來做引導，所以較費時間，雷射干涉儀更不允許光線有中斷的情形發生，否則須重新開始；相較之下電子水平儀不僅輕巧簡便，在執

行平面度檢驗上也較富彈性，外加價格便宜前兩者許多，一般工廠或實驗室皆有能力購置。

5. 若能將運算後的平抬表面高度變化，經由座標轉換回到原先的 X - Y - Z 座標，再以等高線的方式將表面輪廓繪出高度分佈的情形，有助於做 3 - D 量測儀基準面的補償，也可做 CNC 機器床抬誤差的軟體補償。
6. 市售的電子水平儀底座兩支腳的間距大都是固定約 150mm 使用上較不具彈性，若能將兩支腳製造成間距可調式，必使檢驗工作更為方便。
7. 在第二章提到各國對平面度公差的估算及等級的規定相當紛亂，在此，以圖 6-1 顯示 FS A 級；BS 0 級；CNS 0 級及 JIS I 級矩形平抬平面度公差的比較。

在 FS 及 BS 規範中皆有局部公差的規定而 CNS, JIS, DIN 規範中並無此規定，事實上局部誤差（Local Error），與平面誤差是同等重要，因為在使用平抬或工具機床抬，使用到局部區域的機會很多，當然希望此局部區域平整到足以當參考面，才能符合做精密檢測或精密加工的要求。

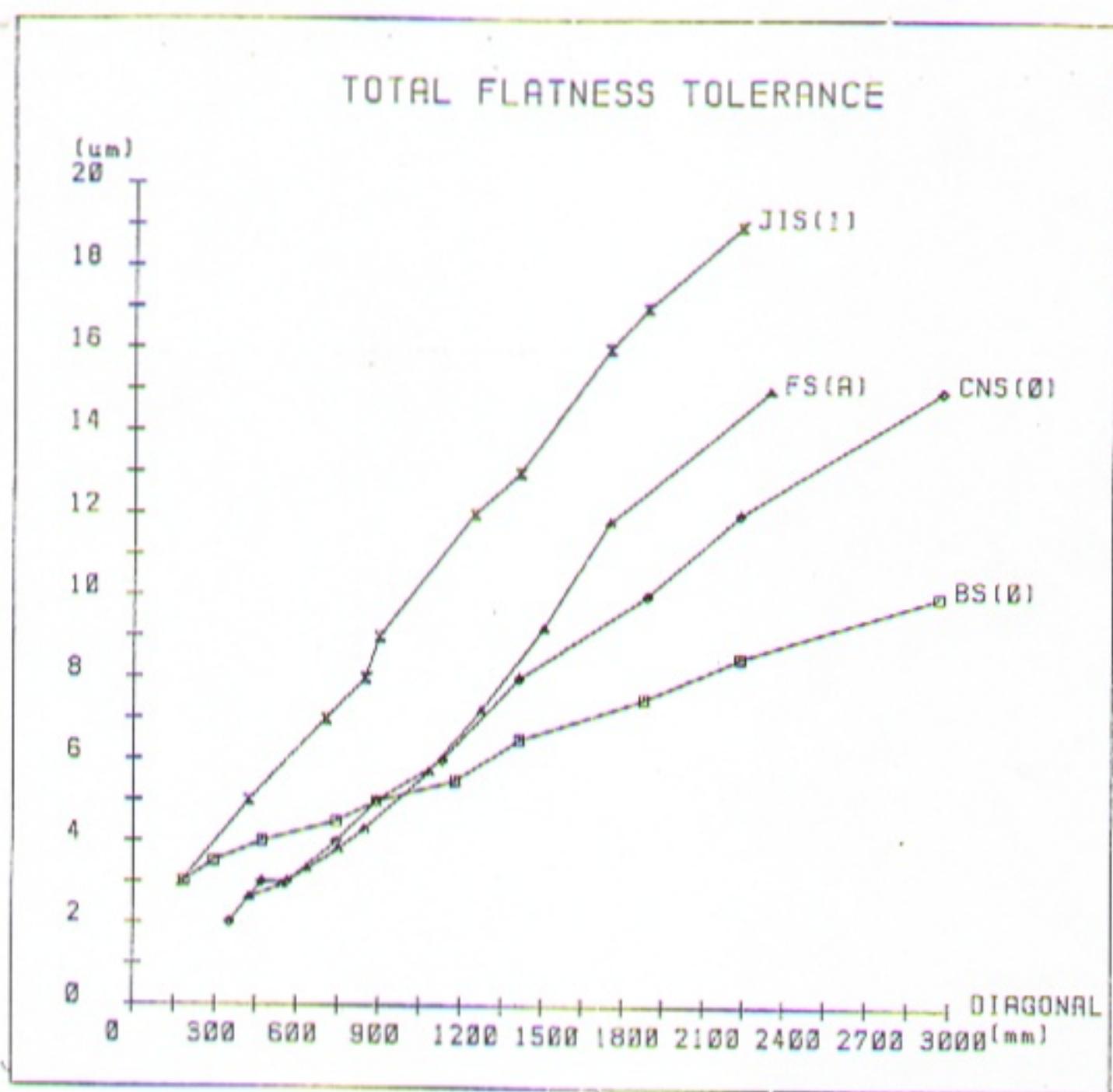


圖 6 — 1 FS A 級； BS 0 級； CNS 0 級及  
JIS 1 級 平面度公差之比較 (矩形平抬)

## 附 錄 A

在 3.1.2 節中另外的三組平均面方程式如下：

$$\begin{aligned}
 A_2 &= [(Z_3 - Z_4)(Y_4 - Y_1) - (Z_4 - Z_1)(Y_3 - Y_4)] / D_2 \\
 B_2 &= [(X_3 - X_4)(Z_4 - Z_1) - (X_4 - X_1)(Z_3 - Z_4)] / D_2 \\
 C_2 &= [(Z_2 + Z_3) - A_2(X_2 + X_3) - B_2(Y_2 + Y_3)] / 2 \\
 D_2 &= (X_2 - X_4)(Y_4 - Y_1) - (X_4 - X_1)(Y_3 - Y_4)
 \end{aligned} \tag{3.1a}$$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= [(Z_4 - Z_1)(Y_1 - Y_2) - (Z_1 - Z_2)(Y_4 - Y_1)] / D_3 \\
 B_3 &= [(X_4 - X_1)(Z_1 - Z_2) - (X_1 - X_2)(Z_4 - Z_1)] / D_3 \\
 C_3 &= [(Z_3 + Z_4) - A_3(X_3 + X_4) - B_3(Y_3 + Y_4)] / 2 \\
 D_3 &= (X_4 - X_1)(Y_1 - Y_2) - (X_1 - X_2)(Y_4 - Y_1)
 \end{aligned} \tag{3.1b}$$

$$\begin{aligned}
 A_4 &= [(Z_1 - Z_2)(Y_2 - Y_3) - (Z_2 - Z_3)(Y_1 - Y_2)] / D_4 \\
 B_4 &= [(X_1 - X_2)(Z_2 - Z_3) - (X_2 - X_3)(Z_1 - Z_2)] / D_4 \\
 C_4 &= [(Z_4 + Z_1) - A_4(X_4 + X_1) - B_4(Y_4 + Y_1)] / 2 \\
 D_4 &= (X_1 - X_2)(Y_2 - Y_3) - (X_2 - X_3)(Y_1 - Y_2)
 \end{aligned} \tag{3.1c}$$

## 參 考 文 獻

1. "Federal Specification for Surface Plate," GGG - P - 463C 1973.
2. "中國國家標準精密平板," 7549, B6048 1981.
3. "British Standard Specification for Surface Plate," BS - 817 : 1983.
4. "日本工業規格精密平抬," JIS B7513 1975.
5. "DIN 規範," 876, 1972.
6. J.GALYER, and C.SHOTBOLT, "Metrology for Engineers," Appendix to Chapter 6, 1980.
7. ir.w. de Bruin, and J.Meijer btw, "Surface Plate Measurement," Annals of the CIRP, VoL.25/1/1977 PP251 ~ 256.
8. K. C. Fan, "Computer-Aided Calibration of the Accuracy Performance of NC Machine Tools," Ph. D Thesis, UMIST, 1984. PP77 ~ 128.
9. T.S.R. MURTHY, and S.Z. ABDIN, "Minimum Zone Evaluation of Surface," Int.J.MTDR, VoL. 20, 1979, PP123 ~ 136.

10. "機械と工具," 1985年6月, PP 73~80.
11. "Calibration of a Surface Plate," Hewlett Packard Application Note 156-2.
12. S.Z.ABDIN, and R.K.SHENOY, "Investigation On Granite as a Material for Metrology aids," Annals of the CIRP, VoL.27/1/1978, PP377~381.
13. ir.w.de.Bruin, and ir.J.Meijer "Analysis of Flatness Measurement and Form Stability of a Granite Surface Plate," Annals of the CIRP, VoL.29/1/1980 PP385~390.

# Surface Plate Flatness On Line Calibration System

J. K. Wang

## ABSTRACT

The system has been developed for the rapid on line calibration of the flatness error of any surface plate .

In this thesis , A new method called "MINMAX2" which is introduced and can coincide with the definition of "Flatness" within existing standard of any institute. The equipments of this system is consisted of a microcomputer(APPLE II) , an electronic level with an analog singnal output and an A/D converter interface card . Flatness result are specified in either BS-817:(1983) or CNS 7459,B6048 (1981) tolerance grade . Personalized test certificate can be produced both numerical and pictorial forms .